图 象 处 理

（第3版）

章毓晋

清华大学电子工程系 100084 北京

第3单元　图象编码

- 第8章　图象编码基础
- 第9章　图象变换编码
- 第10章　其他图象编码方法

图象编码的目的是在保证一定视觉质量的前提下减少数据量（从而也减少图象传输所需的时间），这也可看作使用较少的数据量来获得较好的视觉质量。图象编码以信息论为基础，以压缩数据量为主要目的，所以图象编码也常被称为图象压缩。

第8章 图象编码基础

8.1 图象压缩原理

8.2 编码定理

8.3 变长编码

8.4 位平面编码

8.1 图象压缩原理

动机/原因：表达数字图象所需数据量通常很大

图象编码：

- 采用对图象的新的表达方法以减小所需的数据量
- 数据和信息：数据是信息的载体

  对给定量的信息可用不同的数据量来表示

  对给定量的信息，设法减少表达这些信息的数据量称为数据压缩
- 图象压缩（编码）和图象解压缩（解码）

8.1 图象压缩原理

{在保持图象中的原有信息或让信息损失满足应用要求的基础上尽可能地减少数据量}

8.1.1　数据冗余

数据冗余的概念

数据是信息的载体

同量的数据可表达不同量的信息

同量的信息可用不同量的数据表达

冗余

- 数据表达了无用的信息
- 数据表达了已表达的信息

8.1.1 数据冗余

相对数据冗余

数据冗余可定量描述

相对冗余： $R_D = 1 - 1/C_R$

压缩率： $C_R = n_1/n_2$

R_D 在开区间 (–∞，1) 中取值

C_R 在开区间 (0, ∞) 中取值

n_1和n_2代表2个数据集合中信息载体单位个数

8.1.1 数据冗余

数据冗余类别

(1) 心理视觉冗余

与主观感觉有关

(2) 象素相关冗余

空间冗余，几何冗余

(3) 编码冗余

与灰度分布的概率特性有关

<u>减少/消除其中的一种/多种冗余，就能取得数据压缩的效果</u>

8.1.1　数据冗余

1.　心理视觉冗余

- 主观：因人而异，因应用要求而异
- 其存在与人观察图象的方式有关

　　眼睛对某些视觉信息更敏感

　　人对某些视觉信息更关心

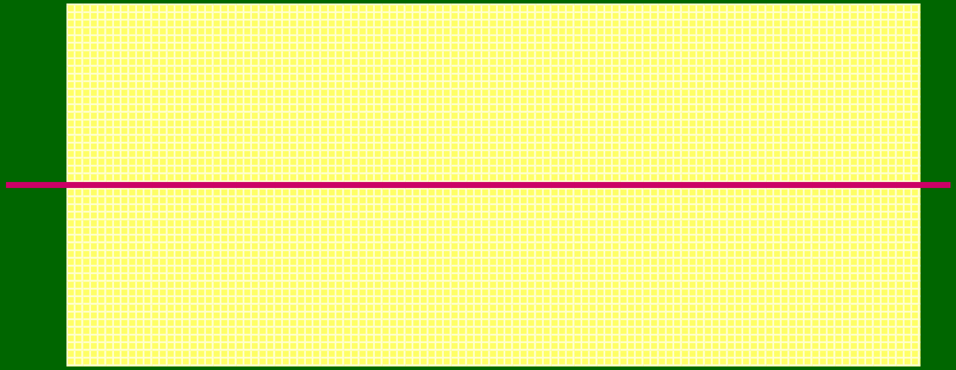
- 心理视觉冗余与实在的视觉信息有联系

　　（损失不可逆转）

8.1.1 数据冗余

2. 象素间冗余

直接与象素间相关性联系

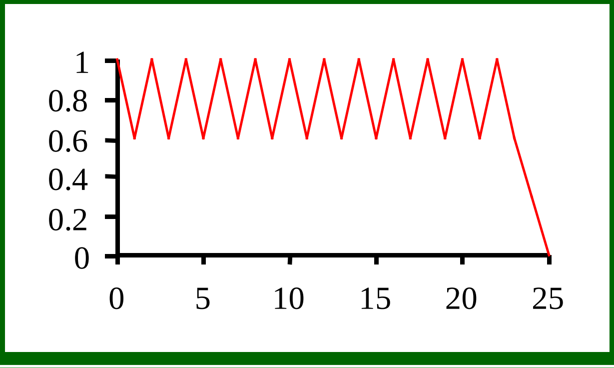


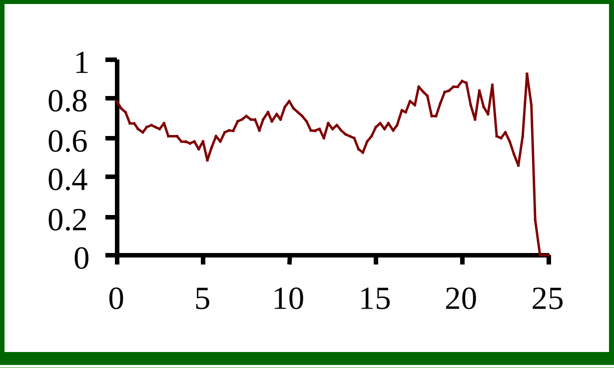
规则

冗余大

不规则

冗余小





8.1.1　数据冗余

3.　编码冗余

编码：建立码本来表达数据

码本：用来表达一定量的信息或一组事件所需的一系列符号（如字母、数字等）

码字：对每个信息或事件所赋的码符号序列

码字的长度（码长，字长）：

每个码字里的符号个数

8.1.1 数据冗余

3. 编码冗余

图象中灰度（对灰度编码）出现的概率

$$p_s(s_k) = n_k / N \quad k = 1, 2, \cdots, L-1$$

不同灰度出现的概率不同

平均比特数 $$L_{\text{avg}} = \sum_{k=0}^{L-1} l(s_k) p_s(s_k)$$

用较少的比特数表示出现概率较大的灰度级

用较多的比特数表示出现概率较小的灰度级

8.1.2 图象编解码

图象编解码过程

通过对原始图象的**编码**以达到减少数据量的目的（压缩过程），然后为了实际应用的需要对编码结果进行**解码**，得到解码图象（恢复了图象形式）以使用

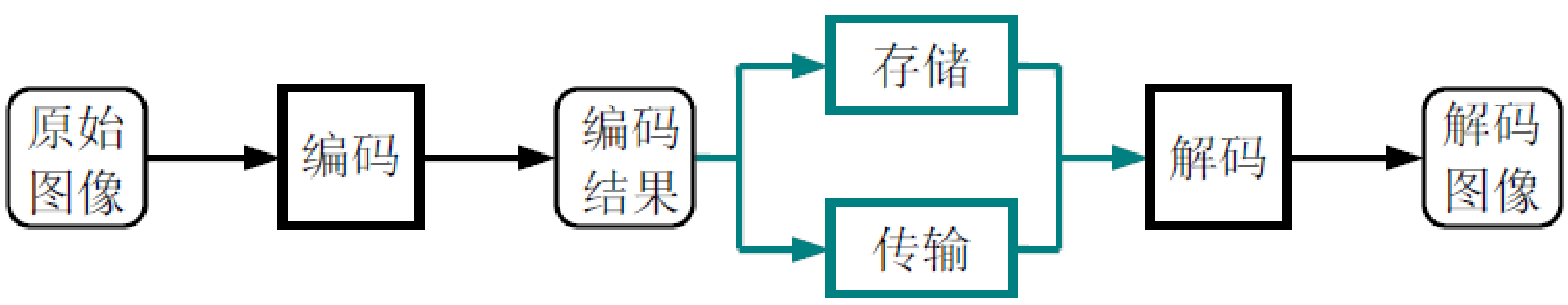


图 8.1.2 图像编解码过程

图象编解码过程

原始图象 ⇒ 编码结果（并不一定是图象形式，但因其数据量小，可有效地用于存储和传输）⇒ 解码图象

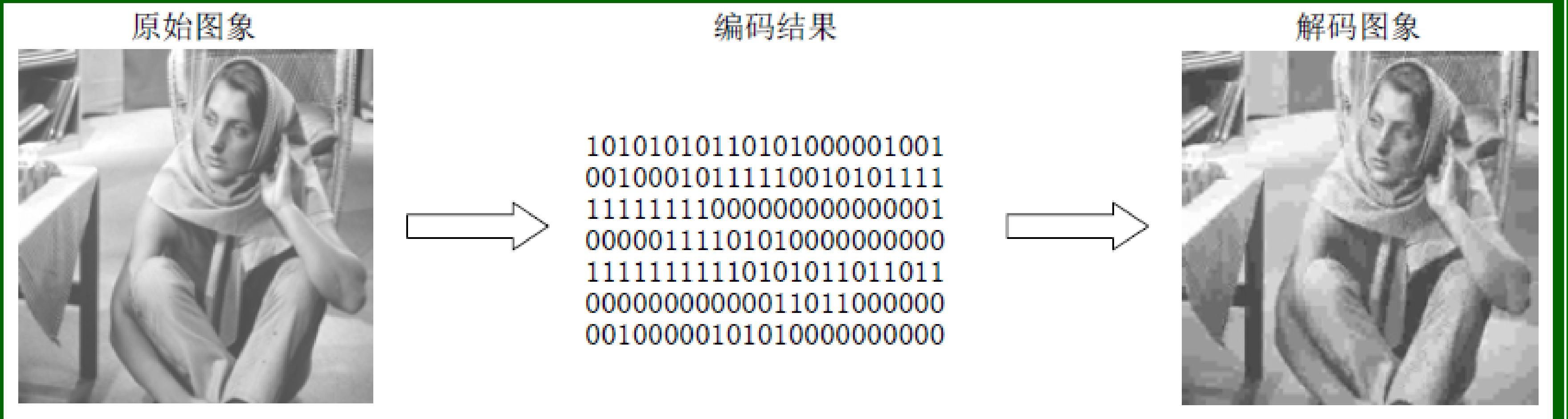


图 8.1.3　图像编解码示意

8.1.2　图象编解码

图象编解码系统

编码器包括顺序完成三个独立操作的模块，而对应的解码器仅包含反序完成两个独立操作的模块

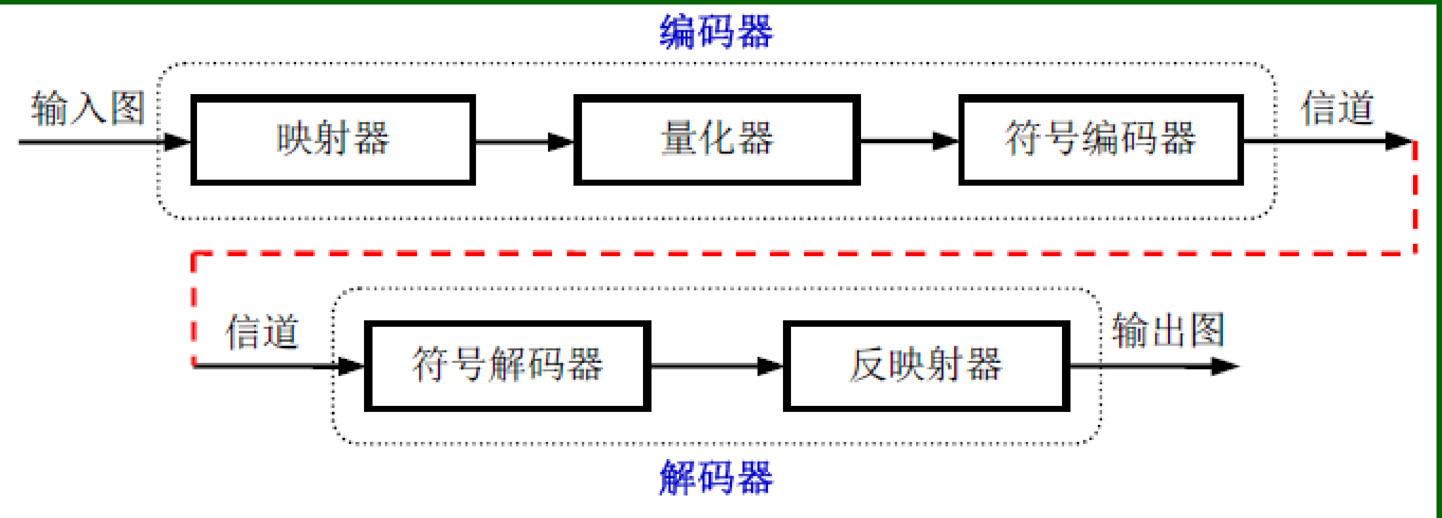


图 8.1.4　编码器和解码器及其模块

8.1.3 图象保真度和质量

图象压缩方法的分类：

信息保存型：

在压缩和解压缩过程中没有信息损失

压缩率一般在2 ~ 10之间

信息损失型：

常能取得较高的压缩率（几十~几百）

压缩后并不能经解压缩恢复原状

准无损（near-lossless）：{10.5节}

8.1.3　图象保真度和质量

图象保真度

图象编码方法：信息保存型/信息损失型

图象保真度描述解码图象相对于原始图象的偏离程度，是对信息损失的一种测度

主观保真度准则

主观测量图象的质量，因人而异，应用不方便

客观保真度准则

用编码输入图与解码输出图的某个确定函数表示损失的信息量， 便于计算或测量

8.1.3 图象保真度和质量

1. 客观保真度

点误差

$$e(x,y)=\hat{f}(x,y)-f(x,y)$$

图误差

$$\sum_{x=0}^{M-1}\sum_{y=0}^{N-1}\left|\hat{f}(x,y)-f(x,y)\right|$$

均方根误差

$$e_{\mathrm{rms}}=\left[\frac{1}{MN}\sum_{x=0}^{M-1}\sum_{y=0}^{N-1}\left[\hat{f}(x,y)-f(x,y)\right]^2\right]^{1/2}$$

均方信噪比

$$SNR_{ms}=\sum_{x=0}^{M-1}\sum_{y=0}^{N-1}\hat{f}^2(x,y)\Bigg/\sum_{x=0}^{M-1}\sum_{y=0}^{N-1}\left[f(x,y)-f(x,y)\right]^2$$

8.1.3　图象保真度和质量

1.　客观保真度

（归一化）**信噪比：**令　$\bar{f} = \frac{1}{MN}\sum_{x=0}^{M-1}\sum_{y=0}^{N-1} f(x,y)$

单位：分贝（dB）

$$SNR = 10\lg\left[\frac{\sum_{x=0}^{M-1}\sum_{y=0}^{N-1}\left[f(x,y)-\bar{f}\right]^2}{\sum_{x=0}^{M-1}\sum_{y=0}^{N-1}\left[\hat{f}(x,y)-f(x,y)\right]^2}\right]$$

峰值信噪比

$$PSNR = 10\lg\left[MN \times f_{\max}^2 \Big/ \sum_{x=0}^{M-1}\sum_{y=0}^{N-1}\left[\hat{f}(x,y)-f(x,y)\right]^2\right]$$

8.1.3 图象保真度和质量

2. 主观保真度

很多解压图象最终是供人看的

(1) 损伤检验（impairment tests）

观察者对图象根据其损伤程度打分

(2) 质量检验（quality tests）

观察者对图象根据其质量排序

(3) 对比测试（comparison tests）

观察者对图象进行两两比较

8.2 编码定理

{信息论是图像编码的基础}

8.2.1 信息单位和信源描述

8.2.2 无失真编码定理

8.2.3 率失真编码定理

8.2.1 信息单位和信源描述

信息量

概率为$P(E)$的随机事件E的信息量

$$I(E) = \log \frac{1}{P(E)} = -\log P(E)$$

$I(E\ )$称为E的自信息（随概率增加而减少）

特例：$P(E\ ) = 1$（即事件总发生），那么$I(E\ ) = 0$

信息的单位：比特（log以2为底）

1个比特：即2个相等可能性的事件之一发生

8.2.1 信息单位和信源描述

信源

信源符号集：$S = \{s_1, s_2, \ldots, s_J\}$

概率矢量：$\boldsymbol{u} = [P(s_1)\ \ P(s_2)\ \ \ldots\ \ P(s_J)]^{\mathrm{T}}$

用$(S, \boldsymbol{u})$可以完全描述信源

信源平均信息（熵，不确定性）

$$H(\boldsymbol{u}) = -\sum_{j=1}^{J} P(s_j)\log P(s_j)$$

{例8.2.1}

8.2.1 信息单位和信源描述

编码输出

编码输出符号集：$T = \{t_1, t_2, \ldots, t_K\}$

概率矢量：$\boldsymbol{v} = [P(t_1) \;\; P(t_2) \;\; \ldots \;\; P(t_K)]^{\mathrm{T}}$

用$(T, \boldsymbol{v})$可以完全描述编码输出

编码输出的概率$P(t_k)$和信源$\boldsymbol{u}$的概率分布

$$P(t_k) = \sum_{j=1}^{J} P(t_k \mid s_j) P(s_j)$$

8.2.1 信息单位和信源描述

编码输出

将条件概率放入一个$K \times J$的传递矩阵$\boldsymbol{Q}$

$$\boldsymbol{Q} = \begin{bmatrix} P(t_1|s_1) & P(t_1|s_2) & \cdots & P(t_1|s_J) \\ P(t_2|s_1) & \ddots & \cdots & P(t_2|s_J) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ P(t_K|s_1) & P(t_K|s_2) & \cdots & P(t_K|s_J) \end{bmatrix}$$

编码输出符号集的概率分布

$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{Q}\boldsymbol{u}$$

互信息

对应每个t_k有一个条件熵函数

$$H(\boldsymbol{u}|t_k) = -\sum_{j=1}^{J} P(s_j|t_k)\log P(s_j|t_k)$$

$H(\boldsymbol{u}|t_k)$对所有t_k的期望值

$$H(\boldsymbol{u}|\boldsymbol{v}) = \sum_{k=1}^{K} H(\boldsymbol{u}|t_k)P(t_k) = -\sum_{j=1}^{J}\sum_{k=1}^{K} P(s_j,t_k)\log P(s_j|t_k)$$

$$I(\boldsymbol{u},\boldsymbol{v}) = H(\boldsymbol{u}) - H(\boldsymbol{u}|\boldsymbol{v}) = \sum_{j=1}^{J}\sum_{k=1}^{K} P(s_j,t_k)\log\frac{P(s_j,t_k)}{P(s_j)P(t_k)} = \sum_{j=1}^{J}\sum_{k=1}^{K} P(s_j)q_{kj}\log\frac{q_{kj}}{\sum_{i=1}^{J} P(s_i)q_{ki}}$$

8.2.2 无失真编码定理

在没有失真的条件下（无损压缩），编码表达每个信源符号时可达到的最小平均码字长度

信源输出一个块（组）随机变量

$$P(\sigma_i)=P(s_{j1})P(s_{j2})\cdots P(s_{jn})$$

信源的熵

$$H(\boldsymbol{u}')=-\sum_{i=1}^{J^n}P(\sigma_i)\log P(\sigma_i)=nH(\boldsymbol{u})$$

产生块随机变量的信源的熵是对应单符号信源的*n*倍。它也可看作是单符号信源的*n*阶扩展

8.2.2 无失真编码定理

用长度为$l(s_i)$的整数码字来对s_i编码

$$-\log P(\sigma_i) \leqslant l(\sigma_i) < -\log P(\sigma_i) + 1$$

$$H(\boldsymbol{u}') \leqslant L'_{\text{avg}} = \sum_{i=1}^{J^n} P(\sigma_i)\, l(\sigma_i) < H(\boldsymbol{u}') + 1$$

取极限 $$\lim_{n \to \infty} \left[\frac{L'_{\text{avg}}}{n} \right] = H(\boldsymbol{u})$$

$H(\boldsymbol{u})$是L'_{avg}/n的下限，所以效率η

$$\eta = n \frac{H(\boldsymbol{u})}{L'_{\text{avg}}}$$ 无损信源压缩的极限

8.2.3 率失真编码定理

将对固定字长编码方案的失真（重建误差）D与编码所用的数据率（如每象素比特数）R联系在一起。它给出由于压缩而产生的平均误差被限制在某个最大允许水平D时的最小的R

用重建的均方误差作为失真度

$$D = E\{[\hat{f}(x,y) - f(x,y)]^2\}$$

重建误差的熵有如下的上限

$$H[f(x,y) - \hat{f}(x,y)] \leqslant \frac{1}{2}\log\left[2\pi e D_{\max}\right]$$

8.2.3 率失真编码定理

率失真函数

$$R(D) = \min_{Q \in Q_D} [I(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v})]$$

$$Q_D = \{ q_{kj} \mid d(Q) \leqslant D \}$$

在平均失真小于或等于*D*时，信源可以传送给编码输出的最小平均信息量

3个约束条件

$$q_{kj} \geq 0$$

*Q*的元素必须是正的

$$\sum_{k=1}^{K} q_{kj} = 1$$

*Q*的任一列之和为1

$$d(Q) = D$$

允许最大可能的失真，就可获得最小的数据率

8.2.3 率失真编码定理

扩展编码的率失真函数

$$R(D) = \min_{Q \in Q_D}\left[1 - H_{bs}(D)\right] = 1 - H_{bs}(D)$$

➤如数据率R小于率失真函数$R(D)$，那么平均失真一定会大于D

➤$R(D)$给出码率下限

$R(D)$总是正的，单减的

在$[0, D_{max}]$区间下凸

$R(D)$在$D < 0$时不存在

$D \geq D_{max}$时有$R(D) = 0$

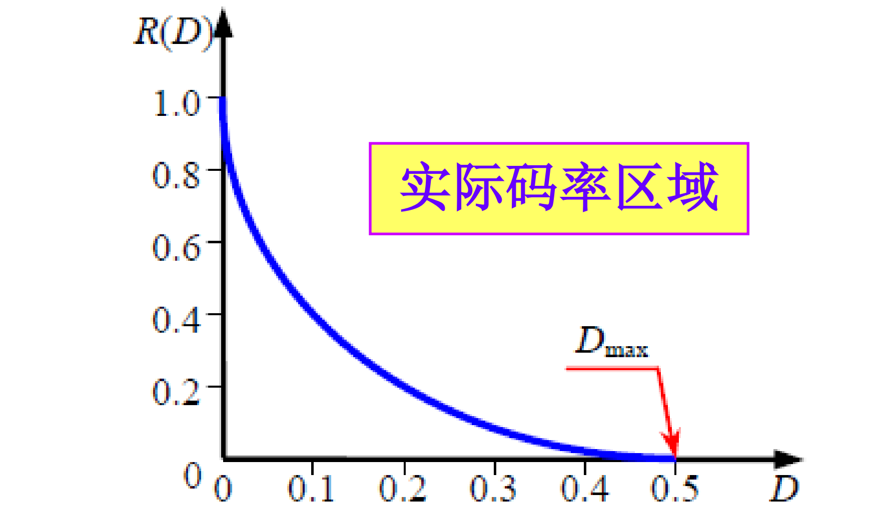


图 8.2.2 零记忆二元对称信源的率失真函数

8.3 变长编码

{减少编码冗余，信息保存型}

8.3.1 哥伦布编码

8.3.2 哈夫曼编码

8.3.3 香农-法诺编码

8.3.4 算术编码

8.3.1 哥伦布编码

给定一个非负整数n和一个正整数除数m，n相对于m的哥伦布码记为$G_m(n)$，它是对商$\lfloor n/m \rfloor$的一元码和对余数$n \bmod m$的二值表达的组合。$G_m(n)$可根据以下3个步骤计算 {对照例8.3.1}

(1) 构建商$\lfloor n/m \rfloor$的一元码

(2) 令$k = \lceil \log_2 m \rceil$，$c = 2^k - m$，$r = n \bmod m$，计算截断的$r'$：

$$r' = \begin{cases} r\text{截断到}k-1\text{比特} & 0 \le r < c \\ r + c\text{截断到}k\text{比特} & \text{其他} \end{cases}$$

(3) 将上两步骤的结果拼接起来得到$G_m(n)$

8.3.1 哥伦布编码

阶为k的指数哥伦布码$G^k_{\exp}(n)$ {对照例8.3.2}

(1) 确定满足下式的整数$i \geq 0$

$$\sum_{j=0}^{i-1} 2^{j+k} \leq n < \sum_{j=0}^{i} 2^{j+k}$$

并构建i的一元码

(2) 计算下式的二值表达

$$n - \sum_{j=0}^{i-1} 2^{j+k}$$

并将其截断到最低的$k+i$比特

(3) 将上两个步骤的结果拼接起来

8.3.2 哈夫曼编码

哈夫曼编码步骤

(1)　缩减信源符号数量

将信源符号按出现概率从大到小排列，然后结合

初始信源		信源消减步骤			
符号	概率	1	2	3	4
s_2	0.4	0.4	0.4	0.4	0.6
s_6	0.3	0.3	0.3	0.3	0.4
s_1	0.1	0.1	0.2	0.3	
s_4	0.1	0.1	0.1		
s_3	0.06	0.1			
s_5	0.04				

图 8.3.1　哈夫曼编码中的信源消减图解

8.3.2 哈夫曼编码

哈夫曼编码步骤

(2) 对每个信源符号赋值

从（消减到）最小的信源开始，逐步回到初始信源

初始信源			信源消减步骤							
符号	概率	码字	1		2		3		4	
s_2	0.4	1	0.4	1	0.4	1	0.4	1	0.6	0
s_6	0.3	00	0.3	00	0.3	00	0.3	00	0.4	1
s_1	0.1	011	0.1	011	0.2	010	0.3	01		
s_4	0.1	0100	0.1	0100	0.1	011				
s_3	0.06	01010	0.1	0101						
s_5	0.04	01011								

图 8.3.2 哈夫曼码赋值过程图解

哈夫曼编码结果

平均长度

$$L_{avg} = \sum_{k=0}^{L-1} l(s_k) p_s(s_k) = 0.4\times1 + 0.3\times2 + 0.1\times(3+4+5) = 2.2$$

信源熵

$$H(\boldsymbol{u}) = -\sum_{j=1}^{J} P(a_j)\log P(a_j) = 2.14$$

编码效率

$$\eta = n\frac{H(\boldsymbol{u})}{L_{avg}} = 1\times\frac{2.14}{2.2} = 0.973$$

8.3.3 香农-法诺编码

- 变长编码技术，其码字中的0和1是独立的，并且基本上等概率出现

主要步骤为（图8.3.3，图8.3.4）：

(1) 将信源符号依其概率从大到小排列

(2) 将信源符号分成概率之和相接近的两部分

(3) 分别给两部分的信源符号组合进行赋值

(4) 如果两部分均只有一个信源符号，编码结束，否则返回(2)继续进行

算术编码示例

编码来自1个4-符号信源$\{s_1, s_2, s_3, s_4\}$的由5个符号组成的符号序列：$s_1s_2s_3s_3s_4$

0.068

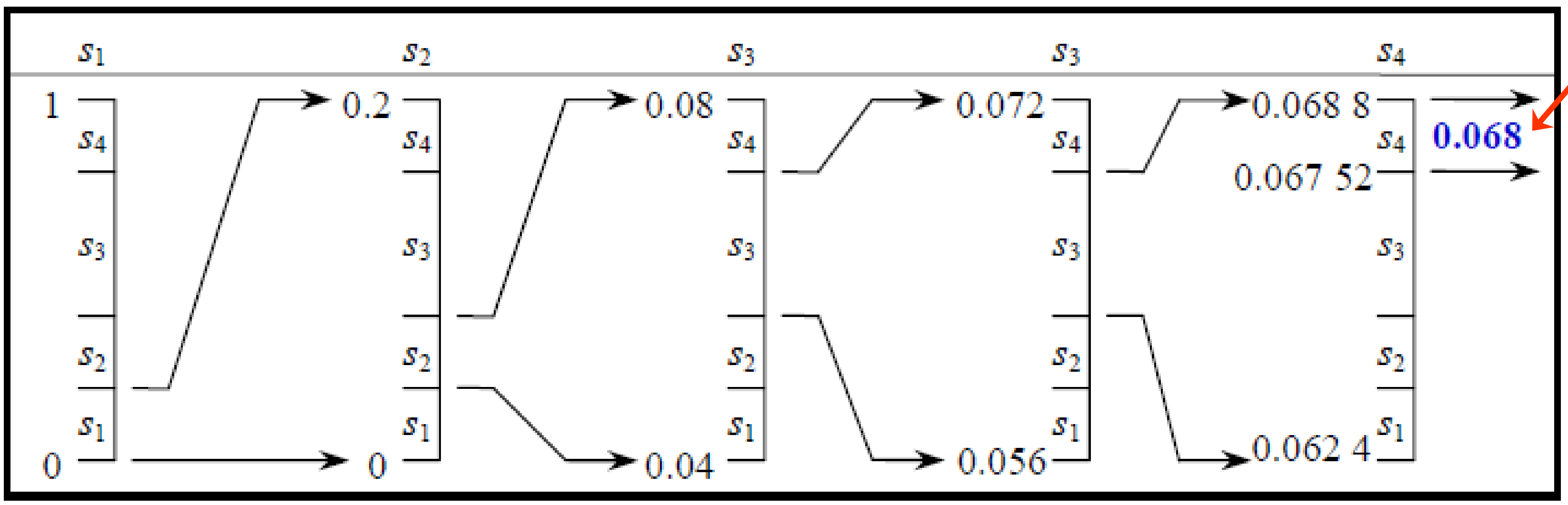


图 8.3.5 算术编码过程图解

8.3.4 算术编码

算术编码特点

- 只需用到加法和移位运算（算术）
- 从整个符号序列出发采用递推形式连续编码
- 一个算术码字要赋给整个信源符号序列
- 码字本身确定0和1之间的一个实数区间
- 源符号和码字间的一一对应关系并不存在

~~块码~~

{解码：8-9}

8.4 位平面编码

{不仅能消除或减少编码冗余也能消除或减少图象中的象素间冗余}

8.4.1 位平面的分解

8.4.2 位平面的编码

8.4.1 位平面的分解

1. 二值分解

$$a_{m-1}2^{m-1}+a_{m-2}2^{m-2}+\cdots+a_1 2^1+a_0 2^0$$

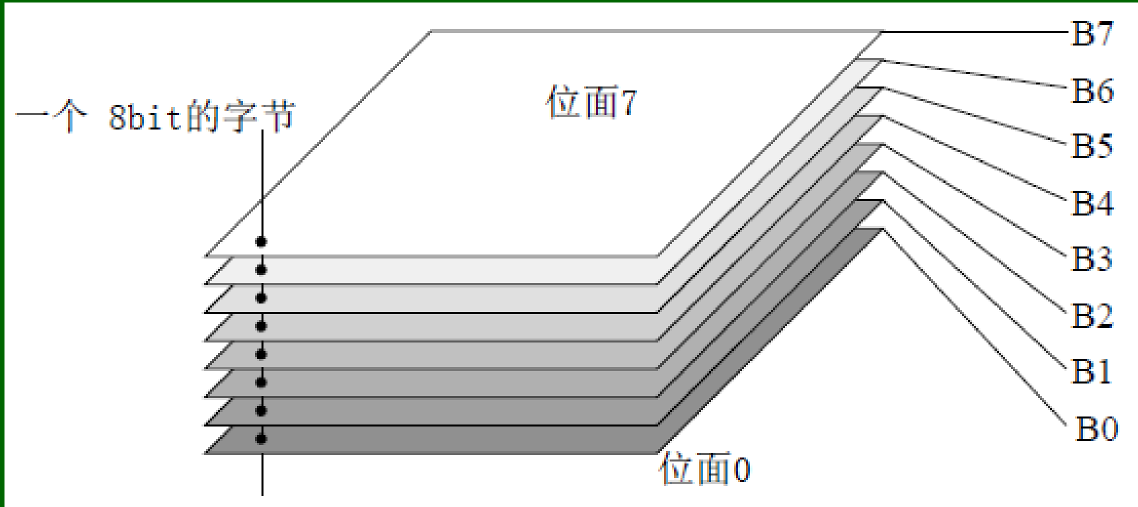


图 8.4.1 图像的位面表示

2. 灰度码分解

减少小灰度值变化影响的位面分解法

$$g_i = \begin{cases} a_i \oplus a_{i+1} & 0 \leqslant i \leqslant m-2 \\ a_i & i = m-1 \end{cases}$$

	二值码	灰度码
127	01111111_2	01000000_2
128	10000000_2	11000000_2

8.4.2 位平面的编码

1、常数块编码（CAC）

用专门的码字表达全是0或1的连通区域

将图象分成全黑，全白或混合的$m \times n$尺寸块

出现频率最高的类赋予1 bit码字0

其它两类分别赋予2 bit码字10和11

压缩： 原需用mn比特表示的常数块现在只用1 bit或2 bit码字表示

8.4.2 位平面的编码

2. 1-D游程编码（RLC）

设每行均由白色（0）游程开始

对第2位平面（最高位）：

422，332，341，422

对第1位平面（中间位）：

8，314，111221，062

对第0位平面（最低位）：

017，01214，0121111，8

第 2 位平面

0	0	0	0	1	1	0	0
0	0	0	1	1	1	0	0
0	0	0	1	1	1	1	0
0	0	0	0	1	1	0	0

不同位平面的复杂度

12

13

17

8.4.2 位平面的编码

3. 2-D游程编码

相对地址编码（RAC）

跟踪各个0和1游程的起始和终结的过渡点，算出各对点之间的距离

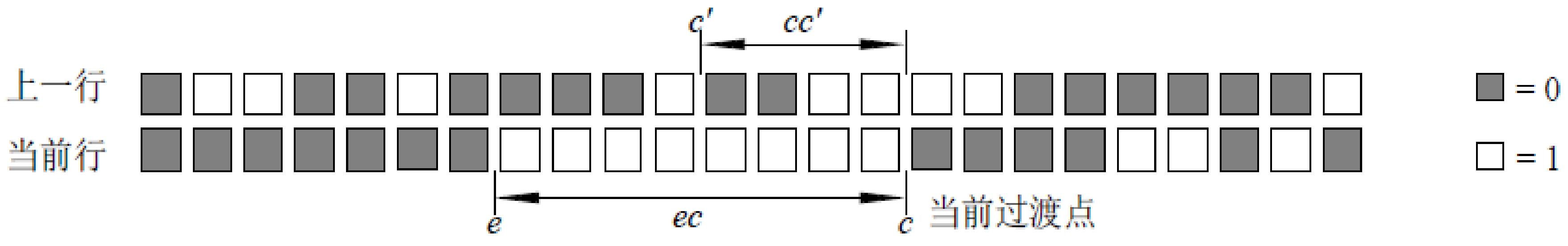


图 8.4.4　RAC 编码示意图

8.4.2 位平面的编码

3. 2-D游程编码

例8.4.3（参见图8.4.4）

$cc' = 4 \Rightarrow 1100,\ \ h(4) \Rightarrow 011$

对RAC距离进行变长编码

测量距离	RAC 距离	第 1 前缀码	距离范围	第 2 前缀码 $h(d)$
cc'	0	0	1 ~ 4	0 xx
ec 或 cc'（左）	1	100	5 ~ 20	10 $xxxx$
cc'（右）	1	101	21 ~ 84	110 $xxxxxx$
ec	$d\ (d > 1)$	111 $h(d)$	85 ~ 340	1110 $xxxxxxxx$
cc'（c' 在左）	$d\ (d > 1)$	1100 $h(d)$	341 ~ 1364	11110 $xxxxxxxxxx$
cc'（c' 在右）	$d\ (d > 1)$	1101 $h(d)$	1365 ~ 5460	111110 $xxxxxxxxxxxx$

联　系　信　息

- 通信地址：北京清华大学电子工程系
- 邮政编码：100084
- 办公地址：清华大学，罗姆楼，6层305室
- 办公电话：(010) 62798540
- 传真号码：(010) 62770317
- 电子邮件：zhang-yj@tsinghua.edu.cn
- 个人主页：oa.ee.tsinghua.edu.cn/~zhangyujin/