

图象工程（上）

图 象 处 理

（第3版）

章毓晋

清华大学电子工程系 100084 北京



第2单元 图象恢复

- 第5章 图象消噪和恢复
- 第6章 图象校正和修补
- 第7章 图象投影重建

图象恢复认为图象（质量）在某种情况/条件下退化或恶化了，现在需要根据相应的退化模型和知识重建或恢复原始的图象。图象恢复技术要将图象退化的过程模型化，并根据确定的图象退化模型对原始图象进行复原，以获得原来期望的效果。



第5章 图象消噪和恢复

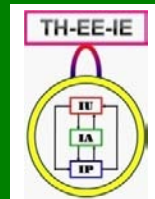
5.1 图象退化及模型

5.2 噪声滤除

5.3 无约束恢复

5.4 有约束恢复

5.5 交互式恢复



5.1 图象退化及模型

{ (原始) 图象 \Rightarrow 退化 \Rightarrow 退化图象
退化图象 \Rightarrow 恢复 \Rightarrow (恢复) 图象 }

5.1.1 图象退化示例

5.1.2 图象退化模型



5.1.1 图象退化示例

图象退化

图象退化指由场景得到的图象没能完全地反映场景的真实内容，产生了失真等（P.104）

- ◆ 成象模糊（尺寸变大，边缘不清晰）
- ◆ 镜头象差/色差（成象形状扭曲，变色）
- ◆ 失焦（聚焦不准，限制了图象锐度）
- ◆ 噪声（随机性退化，对目标背景均有影响）
- ◆ 抖动（机械不稳定、电子干扰）

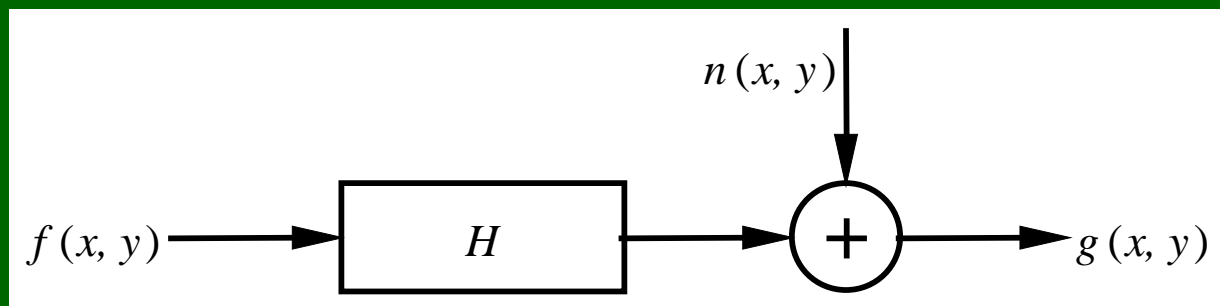
5.1.2 图象退化模型

退化模型

$$g(x, y) = H[f(x, y)] + n(x, y)$$

H : 退化过程

$n(x, y)$: 加性噪声（统计特性已知）



恢复图象：在给定 $g(x, y)$ 和代表退化的 H 的基础上
得到对 $f(x, y)$ 的某个近似

5.1.2 图象退化模型

退化函数 H 的性质

(1) 线性:

$$H[k_1 f_1(x, y) + k_2 f_2(x, y)] = k_1 H[f_1(x, y)] + k_2 H[f_2(x, y)]$$

(2) 相加性 ($k_1 = k_2 = 1$) :

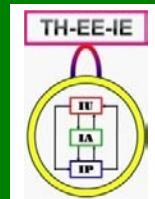
$$H[f_1(x, y) + f_2(x, y)] = H[f_1(x, y)] + H[f_2(x, y)]$$

(3) 一致性 ($f_2(x, y) = 0$) :

$$H[k_1 f_1(x, y)] = k_1 H[f_1(x, y)]$$

(4) 位置 (空间) 不变性:

$$H[f(x-a, y-b)] = g(x-a, y-b)$$



5.1.2 图象退化模型

退化函数 H 的性质

一个线性退化系统，又满足上面(2) ~ (4)的3个性质

$$g(x, y) = h(x, y) \otimes f(x, y) + n(x, y)$$

矩阵表达

$$\mathbf{g} = \mathbf{h}\mathbf{f} + \mathbf{n}$$

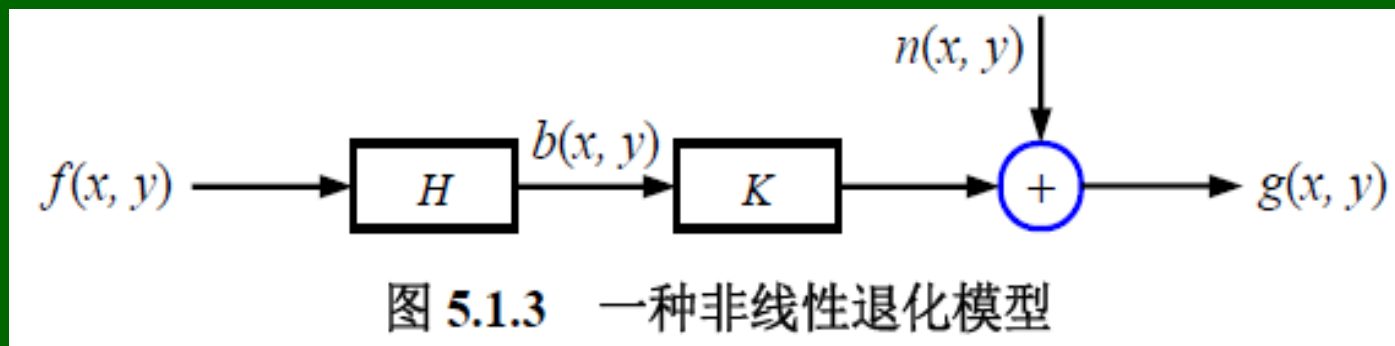
在频率域

$$G(u, v) = H(u, v)F(u, v) + N(u, v)$$

5.1.2 图象退化模型

非线性退化

线性部分 H 被单独提了出来，
而非线性部分 K 是纯非线性的

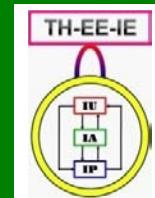


$$g(x, y) = K \{ H [f(x, y)] \} + n(x, y) = K [b(x, y)] + n(x, y)$$



5.2 噪声滤除

- 5.2.1 噪声描述
- 5.2.2 噪声概率密度函数
- 5.2.3 均值类滤波器
- 5.2.4 排序类统计滤波器
- 5.2.5 选择性滤波器



5.2.1 噪声描述

1. 噪声与信号

- ◆ 人们常只关心噪声的强度，而非随机/规则
- ◆ 信噪比（signal-to-noise ratio, SNR）
- ◆ 能量比（电压平方比） $SNR = 10 \log_{10} \left(\frac{V_s^2}{V_n^2} \right)$
- ◆ 均方比（图象压缩）
- ◆ 合成图象时 $SNR = \left(\frac{C_{ob}}{\sigma} \right)^2 = \left[\frac{\text{灰度对比度}}{\text{噪声均方差}} \right]^2$



5.2.1 噪声描述

2. 几种常见噪声

- ◆ 热噪声：
 - 白噪声（频率覆盖整个频谱）
 - 高斯噪声（幅度符合高斯分布）
- ◆ 闪烁噪声：
 - 具有反比于频率（ $1/f$ ）的频谱
 - 粉色噪声（在对数频率间隔内有相同的能量）
- ◆ 发射噪声：
 - 高斯分布（电子运动的随机性）

5.2.1 噪声描述

2. 几种常见噪声

- ◆ 有色噪声：具有非白色频谱的宽带噪声
低频分量占了较大比重

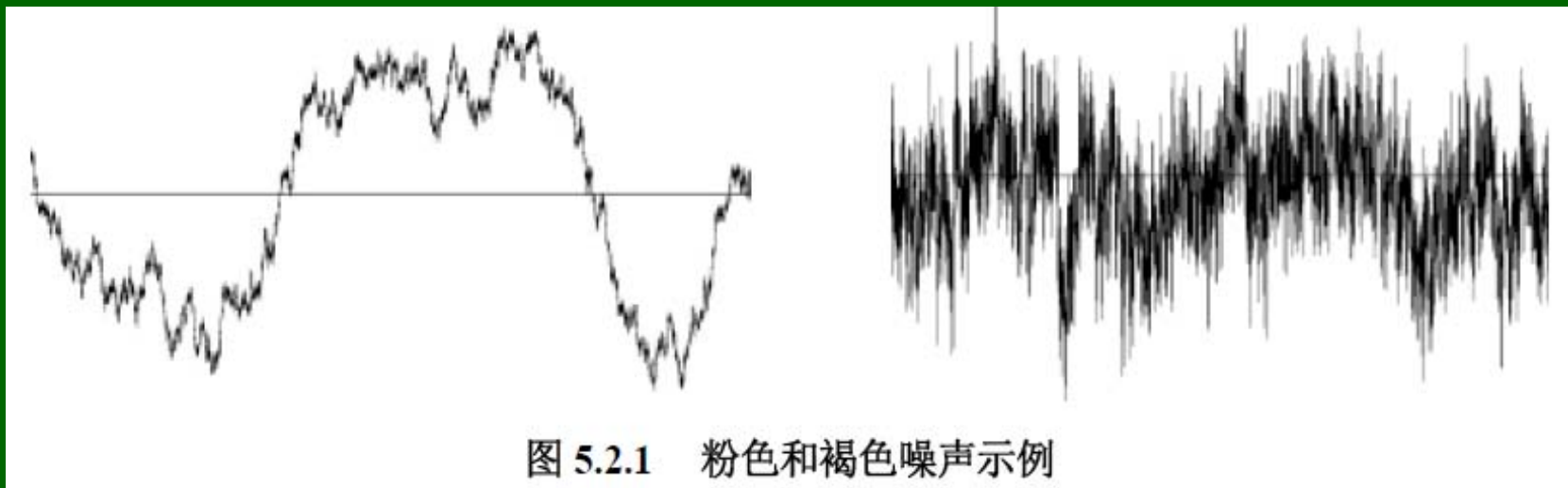


图 5.2.1 粉色和褐色噪声示例

5.2.2 噪声概率密度函数

1. 高斯噪声

将噪声灰度看作随机变量，
用概率密度来刻画

$$p(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma} \exp \left[-\frac{(z - \mu)^2}{2\sigma^2} \right]$$

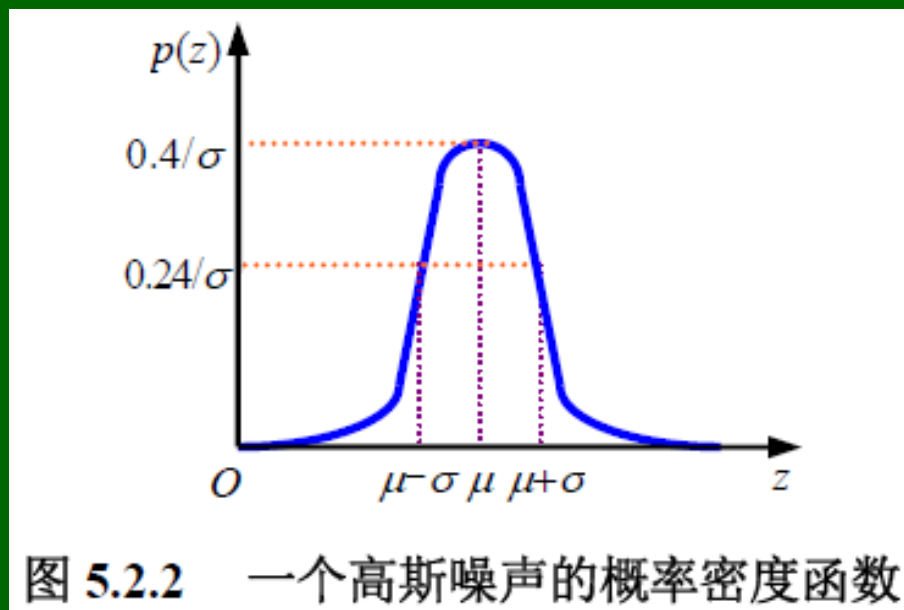


图 5.2.2 一个高斯噪声的概率密度函数

5.2.2 噪声概率密度函数

2. 均匀噪声

$$p(z) = \begin{cases} 1/(b-a) & \text{如果 } a \leq z \leq b \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

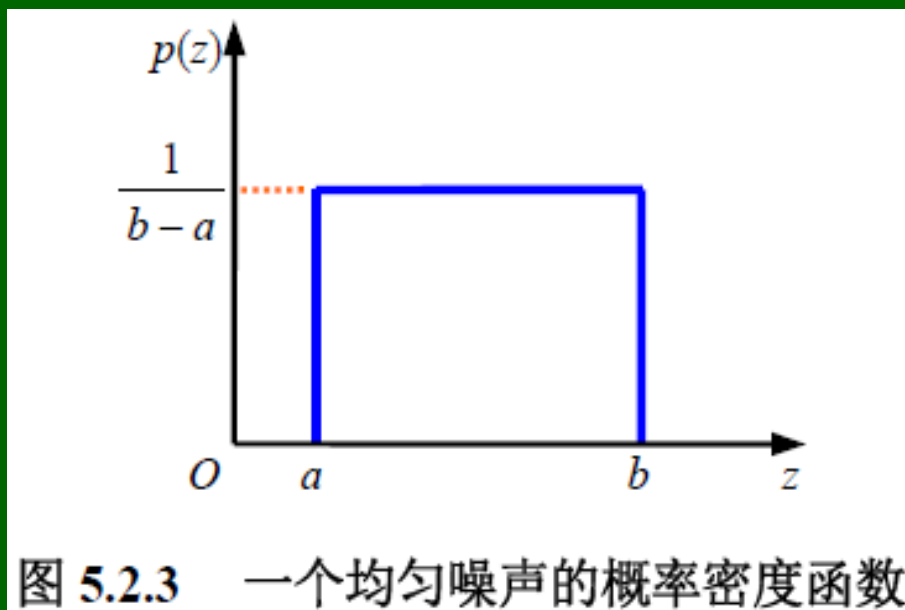


图 5.2.3 一个均匀噪声的概率密度函数

$$\mu = (a + b) / 2$$

$$\sigma^2 = (b - a)^2 / 12$$

5.2.2 噪声概率密度函数

3. 脉冲噪声

$$p(z) = \begin{cases} P_a & \text{如果 } z = a \\ P_b & \text{如果 } z = b \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

- ◆ 噪声脉冲可以是正的或负的
- ◆ 一般假设 a 和 b 都是“饱和”值
- ◆ 双极性脉冲噪声也称椒盐噪声

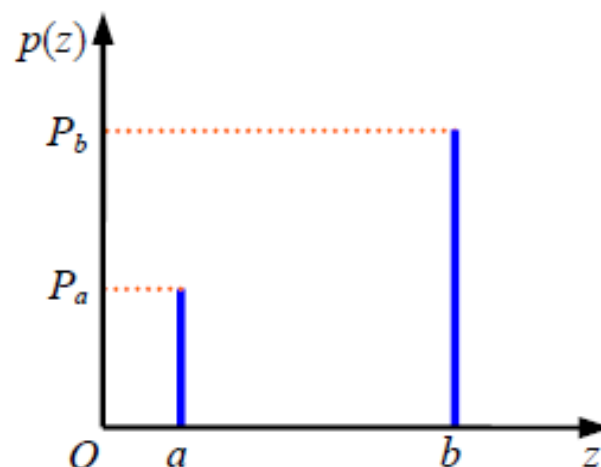
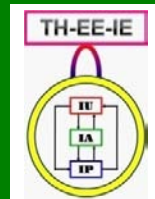


图 5.2.4 一个脉冲噪声的概率密度函数



5.2.3 均值类滤波器

均值滤波器

(1) 算术均值滤波器

算术均值

$$\bar{f}(x, y) = \frac{1}{mn} \sum_{(s, t) \in N(x, y)} f(s, t)$$

恢复图象

$$f_e(x, y) = \frac{1}{mn} \sum_{(s, t) \in N(x, y)} g(s, t)$$

(2) 几何均值滤波器

$$f_e(x, y) = \left[\prod_{(s, t) \in N(x, y)} g(s, t) \right]^{\frac{1}{mn}}$$



5.2.3 均值类滤波器

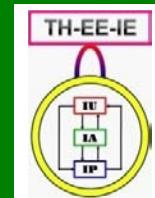
均值滤波器

(3) 调和（谐波）均值滤波器

$$f_e(x, y) = \frac{mn}{\sum_{(s, t) \in N(x, y)} 1/g(s, t)}$$

(4) 逆调和（谐波）均值滤波器

$$f_e(x, y) = \frac{\sum_{(s, t) \in N(x, y)} g(s, t)^{k+1}}{\sum_{(s, t) \in N(x, y)} g(s, t)^k}$$



5.2.3 均值类滤波器

均值滤波器

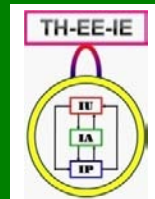
(5) 非线性均值滤波器

$$g = f(x_1, x_2, \dots, x_N) = h^{-1} \left(\frac{\sum_{i=1}^N w_i h(x_i)}{\sum_{i=1}^N w_i} \right)$$

$h(x)$	
x	算术
$1/x$	调和
$\ln x$	几何

$h(x)$ 一般是非线性单值解析函数

如果权 w 是常数，非线性均值滤波器就简化为同态滤波器



5.2.4 排序类统计滤波器

剪切均值滤波器

非线性
剪切均值

$$f_e(u, v) = \frac{1}{mn - d} \sum_{(s, t) \in N(x, y)} g_r(s, t)$$

d 的值可在0到 $mn-1$ 之间选取

- 如果选 $d = 0$ ，没有剪切只取均值，剪切均值滤波器简化为算术均值滤波器
- 如果选 $d = mn-1$ ，把比中值大或小的值都剪切掉，剪切均值滤波器成为中值滤波器
- 如果选 d 取其他值，可用于消除多种噪声的情况

5.2.4 排序类统计滤波器

自适应中值滤波器

A模式: $A_1 = g_{\text{med}} - g_{\text{min}}, A_2 = g_{\text{med}} - g_{\text{max}}$
 如果 $A_1 > 0$ 且 $A_2 < 0$, 转到B模式
 否则增大模板尺寸
 如果模板尺寸 $\leq S_w$, 重复A模式
 否则 $f(x, y) = g_{xy}$

B模式: $B_1 = g_{xy} - g_{\text{min}}, B_2 = g_{xy} - g_{\text{max}}$
 如果 $B_1 > 0$ 且 $B_2 < 0$, $f(x, y) = g_{xy}$
 否则 $f(x, y) = g_{\text{med}}$

5.2.5 选择性滤波器

1. 滤波器框图

当图象同时受到不同噪声影响时，可以采用选择滤波的方式，在受到不同噪声影响的位置选择不同的滤波器进行滤除，以发挥不同滤波器的各自特点，取得好的综合效果

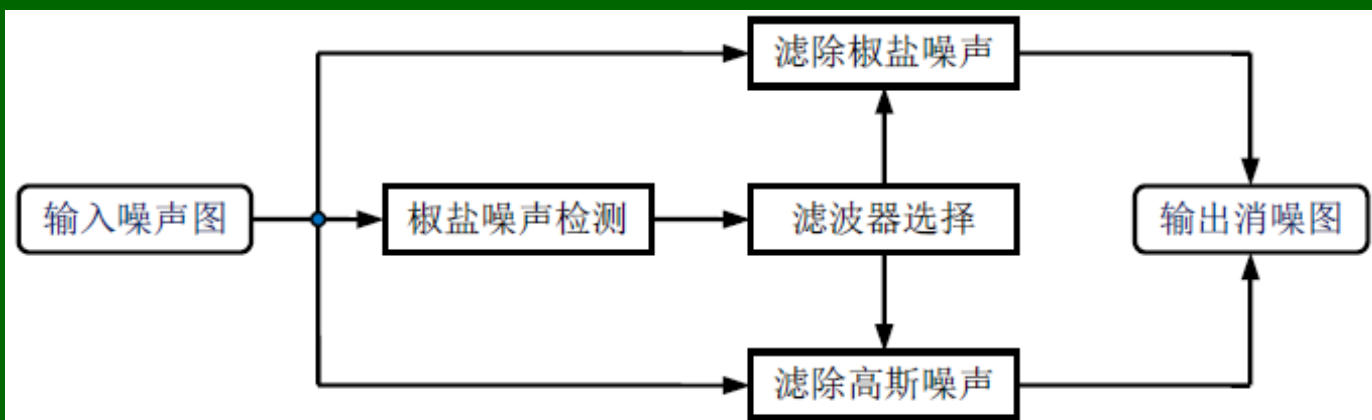
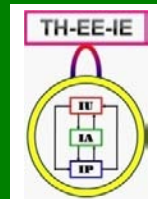


图 5.2.9 选择性滤波器框图



5.2.5 选择性滤波器

2. 椒盐噪声检测

判断和检测受椒盐噪声影响的像素

① 灰度范围准则

如果一个像素的灰度值不在 $[L_{\min} + T_g, L_{\max} - T_g]$ 范
围中，则很有可能是受椒盐噪声影响的像素

② 局部差别准则

考虑一个像素的8-邻域
灰度差值大的像素个数

$$\frac{\# \left[|f(x, y) - f(s, t)| > T_v \right]}{\# [N(x, y)]} > T_n$$

5.2.5 选择性滤波器

3. 滤波器选择

将图象分为两个集合，一个集合仅受高斯噪声影响，另一个集合不仅受高斯噪声影响还受脉冲噪声影响（后者影响占主导地位）

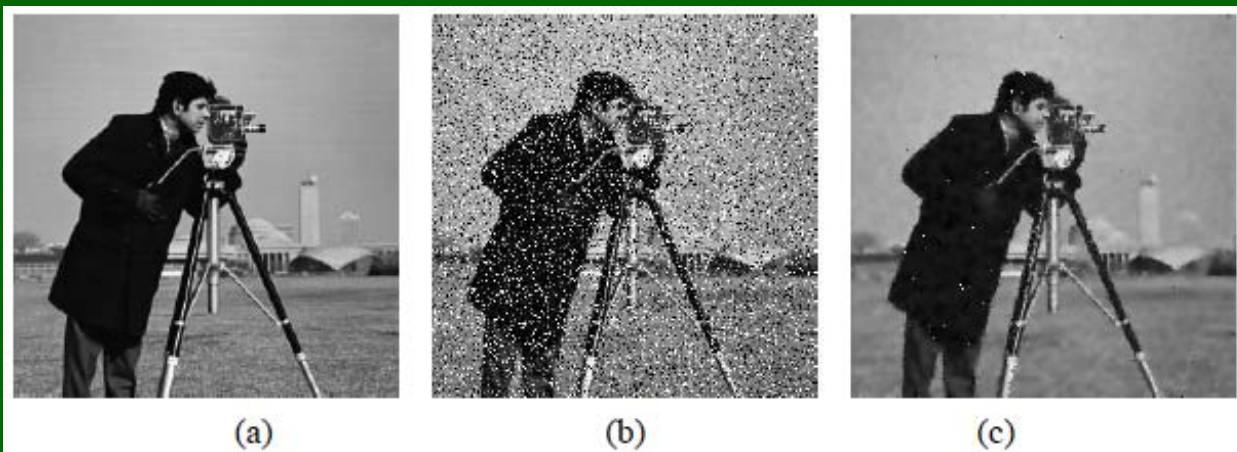
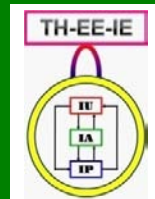


图 5.2.10 选择性滤波示例

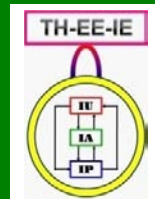


5.3 无约束恢复

{不考虑恢复后图象应受到的物理约束}

5.3.1 无约束恢复公式

5.3.2 逆滤波



5.3.1 无约束恢复公式

由退化模型 (5.1.7)

$$\mathbf{n} = \mathbf{g} - \mathbf{h}\mathbf{f}$$

最小均方误差准则

$$\|\mathbf{n}\|^2 = \mathbf{n}^T \mathbf{n} = \|\mathbf{g} - \mathbf{h}\mathbf{f}_e\|^2 = (\mathbf{g} - \mathbf{h}\mathbf{f}_e)^T (\mathbf{g} - \mathbf{h}\mathbf{f}_e)$$

对 \mathbf{f}_e 求满足下式的最小值

$$L(\mathbf{f}_e) = \|\mathbf{g} - \mathbf{h}\mathbf{f}_e\|^2$$

无约束恢复公式

$$\mathbf{f}_e = (\mathbf{h}^T \mathbf{h})^{-1} \mathbf{h}^T \mathbf{g} = \mathbf{h}^{-1} (\mathbf{h}^T)^{-1} \mathbf{h}^T \mathbf{g} = \mathbf{h}^{-1} \mathbf{g}$$



5.3.2 逆滤波

1. 逆滤波的原理

转到频率域中讨论

先不考虑噪声

$$F_e(u, v) = \frac{G(u, v)}{H(u, v)}$$

$H(u, v)$ 与 $F(u, v)$ 相乘导致退化。用 $H(u, v)$ 去除 $G(u, v)$ 就是一个逆滤波过程

$$f_e(x, y) = \mathcal{F}^{-1}[F_e(u, v)] = \mathcal{F}^{-1}\left[\frac{G(u, v)}{H(u, v)}\right]$$

5.3.2 逆滤波

1. 逆滤波的原理

考虑噪声

$$F_e(u, v) = F(u, v) + \frac{N(u, v)}{H(u, v)}$$

两个问题：① $N(u, v)$ 随机，并不能总精确恢复

② 如果 $H(u, v)$ 在 UV 平面上取0或很小值， $N(u, v) / H(u, v)$ 就会使恢复结果与预期结果有很大差距

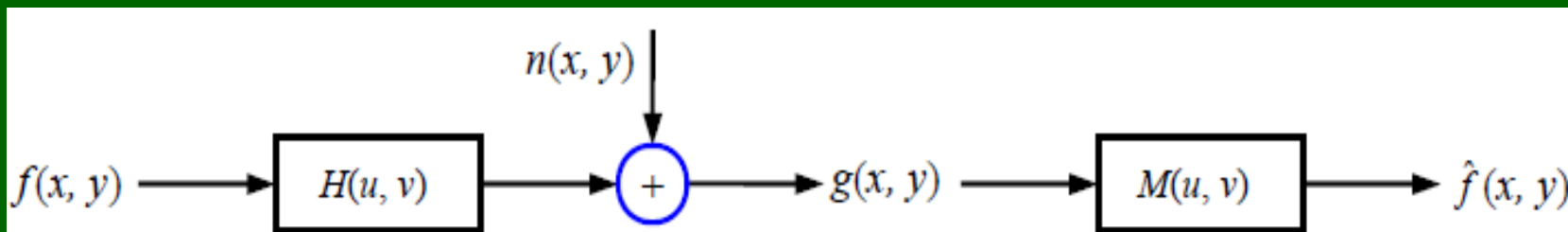


图 5.3.1 图像退化和恢复模型

5.3.2 逆滤波

1. 逆滤波的原理

恢复转移函数

$$M(u,v) = \begin{cases} 1/H(u,v) & u^2 + v^2 \leq w_0^2 \\ 1 & u^2 + v^2 > w_0^2 \end{cases}$$

$$M(u,v) = \begin{cases} k & H(u,v) \leq d \\ 1/H(u,v) & \text{其他} \end{cases}$$

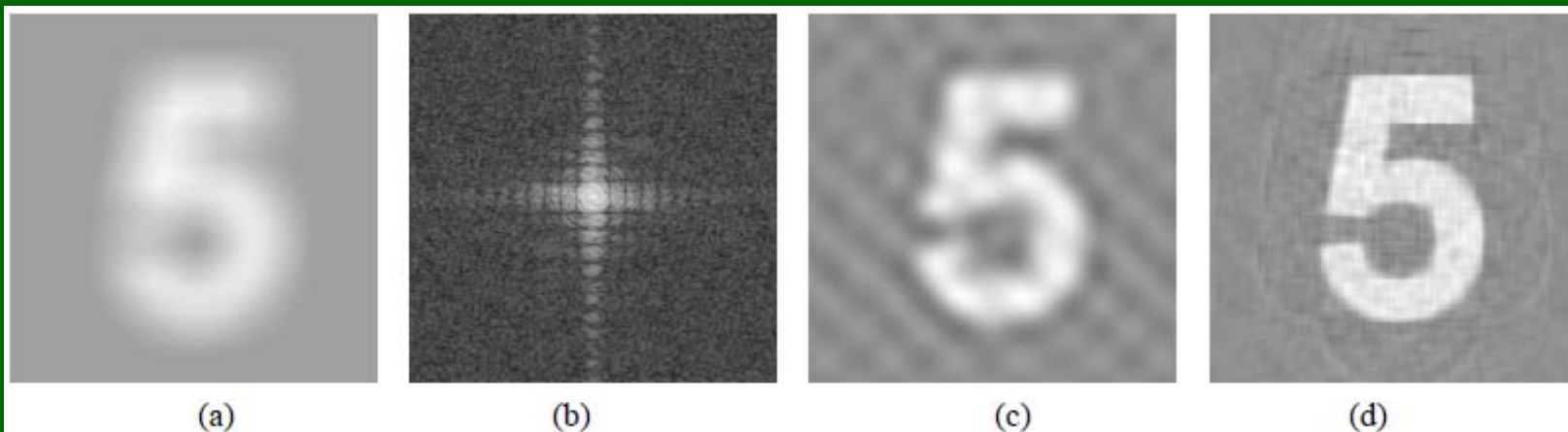
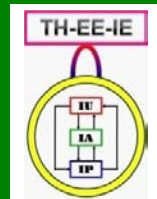


图 5.3.2 逆滤波图像恢复示例



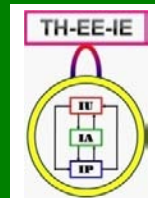
5.3.2 逆滤波

2. 逆滤波的快速计算

一阶算子（滤波器）：可以分解为1-D算子的组合的算子

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} ac & a & ad \\ c & 1 & d \\ bc & b & bd \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \\ 1 \\ b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c & 1 & d \end{bmatrix} = \mathbf{s} \mathbf{t}^T$$

将一幅图象与滤波器 \mathbf{R} 卷积相当于将图象与滤波器 \mathbf{s} 卷积后再与滤波器 \mathbf{t} 卷积。类似地，对一幅图象用滤波器 \mathbf{R} 进行逆滤波相当于对图象先用滤波器 \mathbf{t} 进行逆滤波再用滤波器 \mathbf{s} 进行逆滤波



5.3.2 逆滤波

2. 逆滤波的快速计算

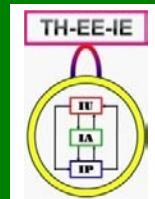
图象 f 与滤波器 r 卷积可写成

$$g(j) = F^{-1} \{ F[f(j)] \cdot F(r) \} \quad j = 0, 1, \dots, N-1$$

给定滤波（模糊）的图象 g 和滤波器 s ，模糊前图象可如下计算

$$f(j) = F^{-1} \left\{ \frac{F|g(j)|}{F(s)} \right\}$$

对一阶滤波器，计算逆滤波并不需要使用傅里叶变换（可在空域快速完成）



5.3.2 逆滤波

2. 逆滤波的快速计算

$$g(x, y) = \sum_{i=-1}^1 s(i) f(x, y+i) \quad x=0, 1, \dots, M-1 \quad y=0, 1, \dots, N-1$$

$$s(-1) = a, \quad s(0) = 1, \quad s(1) = b$$

$$H = \begin{bmatrix} 1 & b & & & \\ a & 1 & b & & \\ & a & 1 & \vdots & \\ & & a & \vdots & b \\ & & & \vdots & 1 & b \\ & & & & a & 1 \end{bmatrix}_{M \times M}$$

5.3.2 逆滤波

2. 逆滤波的快速计算

原始图象 f 可逐行或逐列确定 $Hf(j) = g(j)$

$$D = \begin{bmatrix} \alpha & 1 & & & & \\ \beta & \alpha & 1 & & & \\ & \beta & \alpha & \vdots & & \\ & & \beta & \vdots & 1 & \\ & & & \vdots & \alpha & 1 \\ & & & & \beta & \alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & & & & & \\ k_0 & 1 & & & & \\ & k_1 & 1 & & & \\ & & k_2 & \vdots & & \\ & & & \vdots & \alpha & \\ & & & & k_{M-2} & \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} l_0 & 1 & & & & \\ & l_1 & 1 & & & \\ & & l_2 & \vdots & & \\ & & & \vdots & 1 & \\ & & & & l_{M-2} & 1 \\ & & & & & l_{M-1} \end{bmatrix} = KL$$

$$bKLf(j) = g(j)$$

计算逆滤波所需的乘法在 $O(N^2)$ 量级。用快速傅里叶算法所需乘法为 $O(N^2 \log N)$ 量级



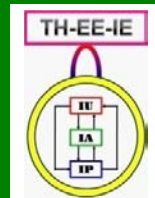
5.4 有约束恢复

{ 考虑恢复后的图象应受到一定的物理约束。需要关于噪声的先验知识，在满足某种约束的条件下进行最小均方误差恢复 }

5.4.1 有约束恢复公式

5.4.2 维纳滤波器

5.4.3 有约束最小平方恢复



5.4.1 有约束恢复公式

由退化模型 (5.1.7)

$$\mathbf{n} = \mathbf{g} - \mathbf{h}\mathbf{f}$$

有约束恢复考虑选取 \mathbf{f}_e 的一个线性操作符 \mathbf{Q}
(变换矩阵)，使得 $\|\mathbf{Q}\mathbf{f}_e\|$ 最小

用拉格朗日乘数法

$$L(\mathbf{f}_e) = \|\mathbf{Q}\mathbf{f}_e\|^2 + l \left(\|\mathbf{g} - \mathbf{H}\mathbf{f}_e\|^2 - \|\mathbf{n}\|^2 \right)$$

有约束恢复公式

$$\mathbf{f}_e = \left[\mathbf{H}^T \mathbf{H} + s \mathbf{Q}^T \mathbf{Q} \right]^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{g}$$



5.4.2 维纳滤波器

频率域中

$$F_e(u, v) = H_W(u, v)G(u, v) = \frac{H^*(u, v)}{|H(u, v)|^2 + s[S_n(u, v)/S_f(u, v)]} G(u, v)$$

$S_f(u, v)$ 和 $S_n(u, v)$ 分别为原始图象和噪声的相关矩阵元素的傅里叶变换

- (1) □ 如果 $s = 1$, $H_W(u, v)$ 就是原始标准的维纳滤波器
- (2) □ 如果 s 是变量, 就称为参数维纳滤波器
- (3) □ 当没有噪声时, $S_n(u, v) = 0$, 维纳滤波器退化成上节的理想逆滤波器



5.4.3 有约束最小平方恢复

维纳滤波的方法是一种统计方法。它使用的最优准则基于图象和噪声各自的相关矩阵

有约束最小平方恢复只需有关噪声均值和方差的知识就可对每个给定图象得到最优结果（仍需确定变换矩阵 Q ）

建立基于平滑测度的最优准则，如拉普拉斯算子与 $f(x, y)$ 的卷积就给出在 (x, y) 处的二阶微分

$$F_e(u, v) = \left[\frac{H^*(u, v)}{|H(u, v)|^2 + s|L(u, v)|^2} \right] G(u, v) \quad u, v = 0, 1, \dots, M-1$$

5.5 交互式恢复

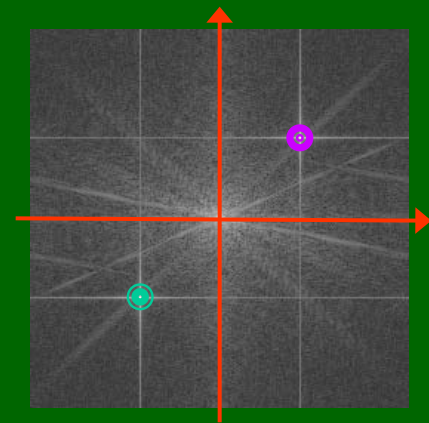
人机结合控制恢复过程以达到一些特殊效果

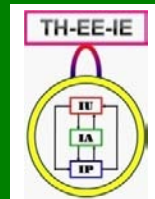
正弦干扰模式 (相关噪声)

$$S(x, y) = A \sin(u_0 x + v_0 y)$$

$$N(u, v) = \frac{-jA}{2} \left[\left(u - \frac{u_0}{2\pi} \quad v - \frac{v_0}{2\pi} \right) - \left(u + \frac{u_0}{2\pi} \quad v + \frac{v_0}{2\pi} \right) \right]$$

只有虚分量，代表一对位于频率平面上坐标分别为 $(u_0 / 2\pi, v_0 / 2\pi)$ 和 $(-u_0 / 2\pi, -v_0 / 2\pi)$ ，强度分别为 $-A/2$ 和 $A/2$ 的脉冲





5.5 交互式恢复

正弦干扰模式（相关噪声）

退化仅由噪声造成

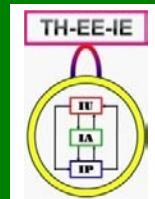
$$G(u, v) = F(u, v) + N(u, v)$$

依靠视觉观察在频率域确定出脉冲分量的位置并在该位置利用带阻滤波器消除

- 如果存在多个正弦分量：在频率域里对应每个亮点的位置放1个带通滤波器 $H(u, v)$

干扰模式的傅里叶变换 $P(u, v) = H(u, v)G(u, v)$

（ $H(u, v)$ 仅允许通过与干扰模式相关的分量）



5.5 交互式恢复

空域相对应的结构模式

$$p(x, y) = \mathcal{F}^{-1} \{H(u, v) G(u, v)\}$$

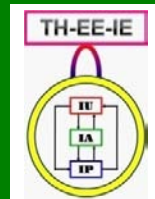
从 $g(x, y)$ 中减去加权的 $p(x, y)$ （其中 $w(x, y)$ 称为权函数）

$$f_e(x, y) = g(x, y) - w(x, y)p(x, y)$$

点 (x, y) 邻域的均值和方差（最小化）

$$\bar{f}_e(x, y) = \frac{1}{(2X+1)(2Y+1)} \sum_{m=-X}^X \sum_{n=-Y}^Y f_e(x+m, y+n)$$

$$\sigma^2(x, y) = \frac{1}{(2X+1)(2Y+1)} \sum_{m=-X}^X \sum_{n=-Y}^Y \left[f_e(x+m, y+n) - \bar{f}_e(x, y) \right]^2$$



5.5 交互式恢复

设 $w(x, y)$ 在邻域中基本是常数

$$\begin{aligned}\sigma^2(x, y) &= \frac{1}{(2X+1)(2Y+1)} \sum_{m=-X}^X \sum_{n=-Y}^Y \{[g(x+m, y+n) \\ &\quad -w(x+m, y+n)p(x+m, y+n)] - [\bar{g}(x, y) - \overline{w(x, y)p(x, y)}]\}^2 \\ &= \frac{1}{(2X+1)(2Y+1)} \sum_{m=-X}^X \sum_{n=-Y}^Y \{[g(x+m, y+n) \\ &\quad -w(x, y)p(x+m, y+n)] - [\bar{g}(x, y) - w(x, y) \bar{p}(x, y)]\}^2\end{aligned}$$

能最小化 $\sigma^2(x, y)$
的 $w(x, y)$

$$w(x, y) = \frac{\overline{g(x, y) p(x, y)} - \bar{g}(x, y) \bar{p}(x, y)}{\overline{p^2(x, y)} - \bar{p}^2(x, y)}$$



联系信息



- ☞ 通信地址：北京清华大学电子工程系
- ☞ 邮政编码：100084
- ☞ 办公地址：清华大学，罗姆楼，6层305室
- ☞ 办公电话：(010) 62798540
- ☞ 传真号码：(010) 62770317
- ☞ 电子邮件：zhang-yj@tsinghua.edu.cn
- ☞ 个人主页：oa.ee.tsinghua.edu.cn/~zhangyujin/