

图象工程（中）

图 象 分 析

（第4版）

章毓晋

清华大学电子工程系 100084 北京

第3单元 特性分析

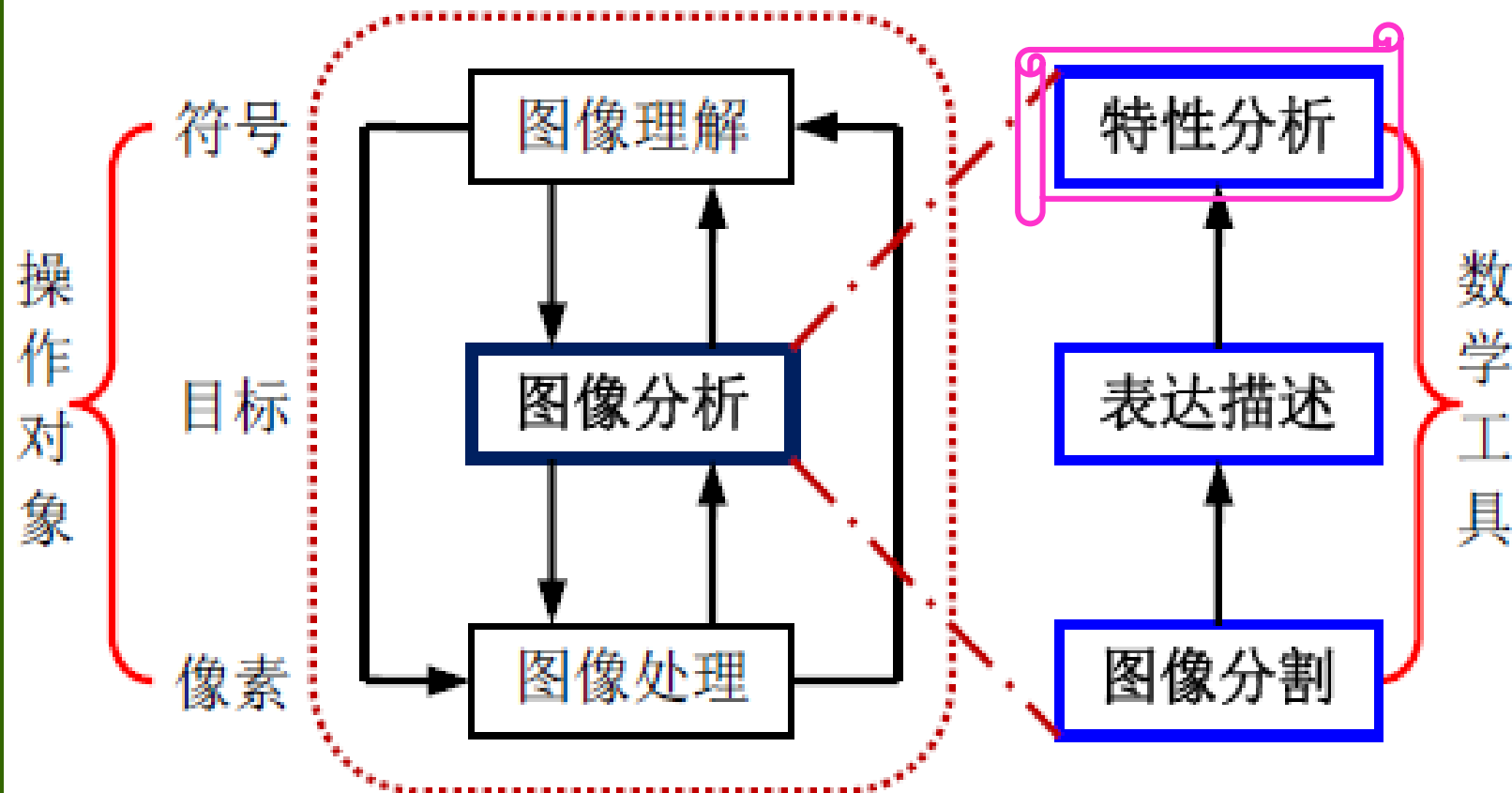
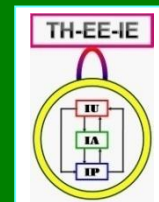
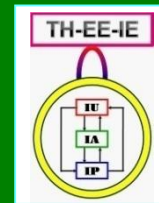


图 1.2.2 图像分析主要功能模块



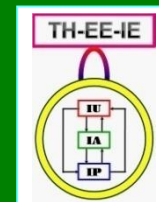
第3单元 特性分析

- 第9章 纹理分析：对纹理的表达和描述，纹理图象分割，分类和合成
- 第10章 形状分析：特征的方法，形状变换的方法，基于关系的方法
- 第11章 运动分析：景的变化（外在照明改变、视场改变）和物的变化（目标位置朝向改变）
- 第12章 显著性和属性
显著性：与主观感知相关联
属性：人指定名称并可观察到的特性



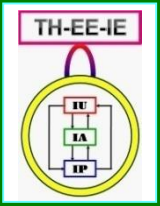
第10章 形状分析

- 在对图象中的目标进行分析时，形状具有特殊的意义
- 要用语言来解释形状是比较难的
- 形状是一个很多人都知道，但没人能全面定义的概念
- 讨论形状常使用相对的概念，而不是绝对的度量



第10章 形状分析

- 10.1 形状定义和研究
- 10.2 平面形状的分类
- 10.3 形状特性的描述
- 10.4 基于技术的描述
- 10.5 拓扑结构的描述
- 10.6 分形维数



10.1 形状定义和研究

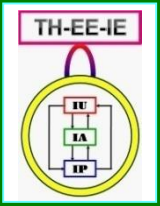
1. 形状定义

- “一个目标的形状就是该目标边界上所有点组成的模式”

4个操作步骤：① 确定处于目标边界上的点；② 对这些点进行采样；③ 确定采样点的模式；④ 分析上述模式

- 形状可定义为“连通的点集合”

一般考虑目标形状时，均考虑“单个”且“完整”的目标。“单个”和“完整”均可用连通的数学概念来描述



10.1 形状定义和研究

2. 形状研究的工作步骤

(1) 预处理

采集图象，存储图象，消除噪声，分割目标

(2) 形状表达和描述

(3) 形状分类

对给定形状的目标确定它是否属于某个预先定义的类别（有监督分类）

对预先没有分类的形状如何定义或辨识其中的类别（无监督分类或聚类）

10.2 平面形状的分类

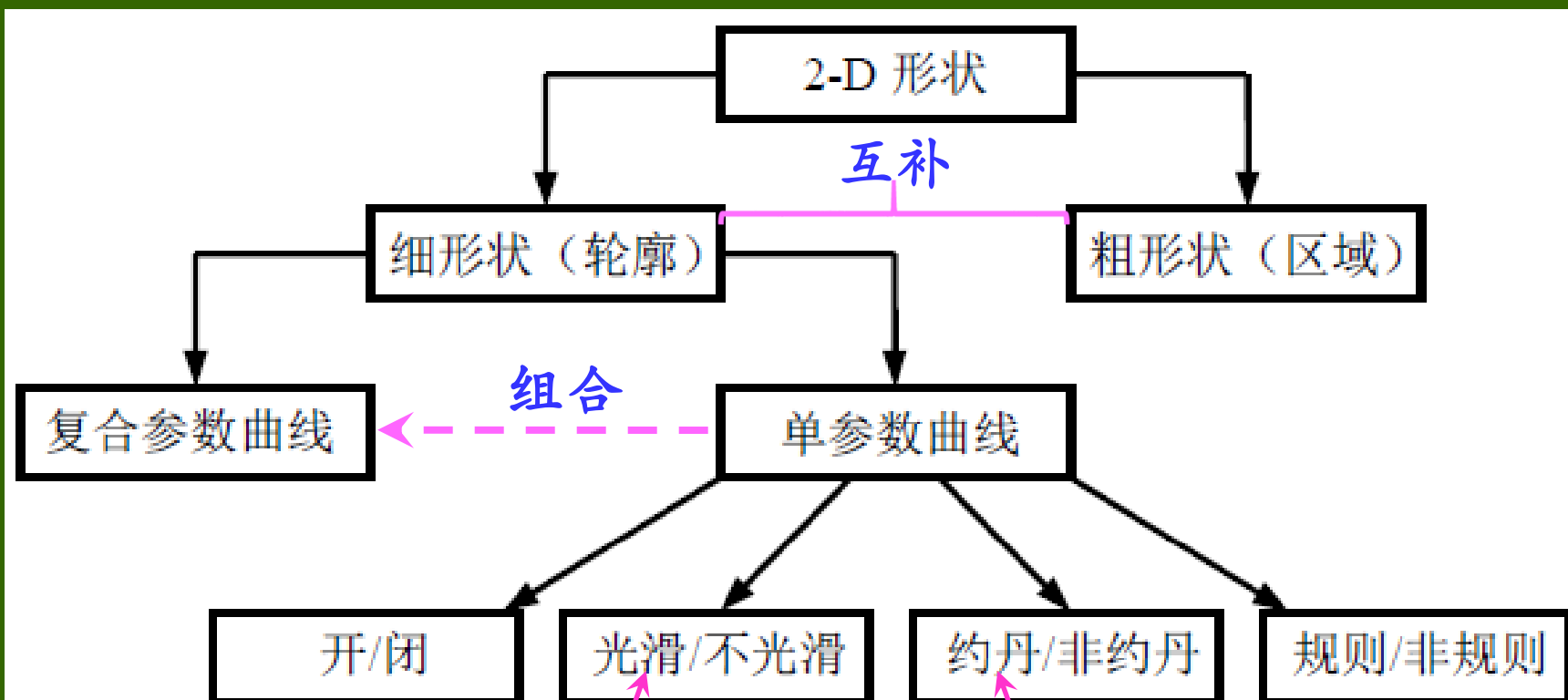


图 10.2.1 平面 (2-D) 形状的一个可能的分类图

各阶导数均存在

没有自交叉

10.2 平面形状的分类

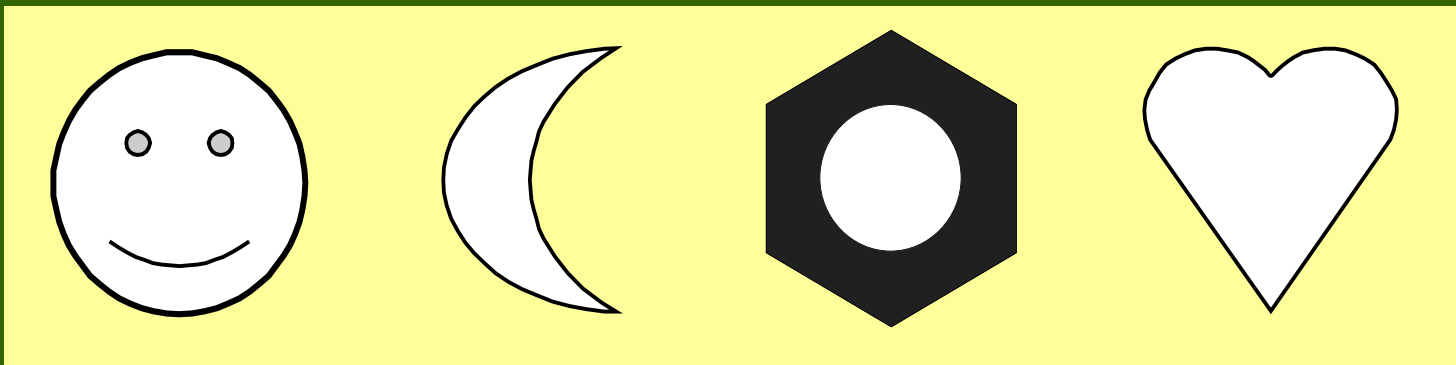
(1) 粗形状和细形状

粗形状指包括内部的区域

细形状指没有充满的区域（边界）

➤ 2-D目标的外形（silhouette）

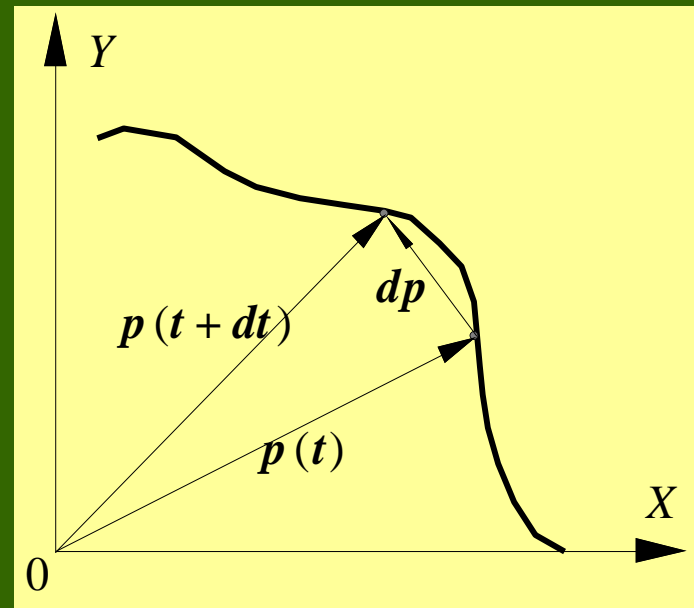
一些典型的容易识别的2-D形状



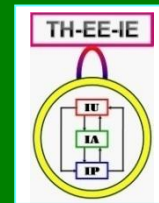
10.2 平面形状的分类

(2) 参数曲线

- 点在2-D空间移动得到的轨迹
- 位置矢量的集合
- 参数为 t 时的点速度



$$\mathbf{p}'(t) = \frac{d\mathbf{p}}{dt} = \lim_{dt \rightarrow 0} \frac{\mathbf{p}(t+dt) - \mathbf{p}(t)}{dt} = \begin{bmatrix} \lim_{dt \rightarrow 0} \frac{x(t+dt) - x(t)}{dt} \\ \lim_{dt \rightarrow 0} \frac{y(t+dt) - y(t)}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x'(t) \\ y'(t) \end{bmatrix}$$

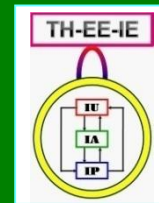


10.2 平面形状的分类

(3) 规则曲线

- 如果一条参数曲线的速度永远不为零，则称该曲线为规则曲线
- 规则曲线速度的一个重要性质：
各点的速度矢量都与曲线在该点相切
- 归一化以使沿曲线的切向矢量为单位大小

$$\alpha(t) = \frac{p'(t)}{\|p'(t)\|} \Rightarrow \|\alpha(t)\| = 1$$

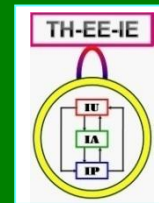


10.3 形状特性的描述

一个目标的形状性质可用不同的理论技术或描述符来描述

10.3.1 形状紧凑性描述
(伸长性)

10.3.2 形状复杂性描述
(不规则性)



10.3.1 形状紧凑性描述

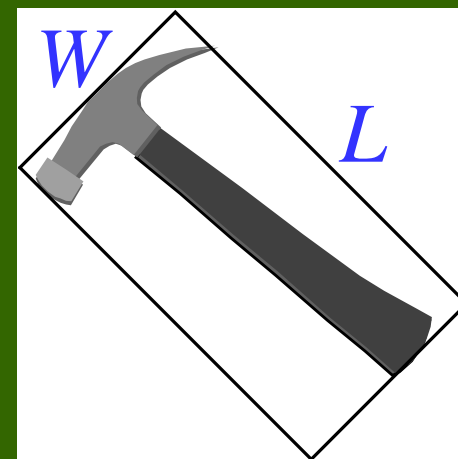
对应目标的几何参数，常常没有量纲

1. 外观比 R

- 外观比（aspect ratio）常用来描述塑性形变后目标的形状（细长程度）
- 可借助目标围盒定义

$$R = \frac{L}{W}$$

L 和 W 分别是目标围盒的长和宽



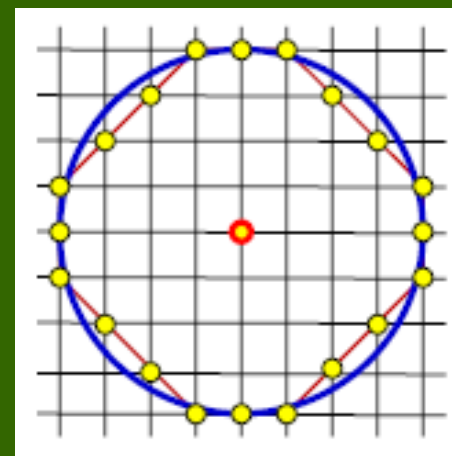
10.3.1 形状紧凑性描述

2. 形状因子 F

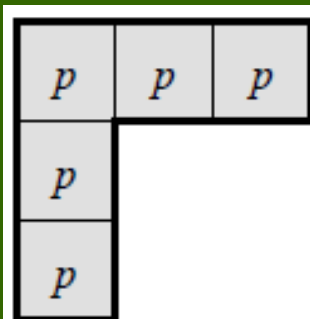
基于周长和面积

值当区域为圆时达到最小 (1)

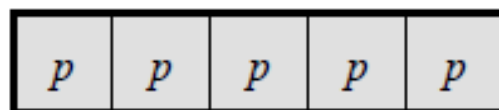
$$F = \frac{\|B\|^2}{4\pi A}$$



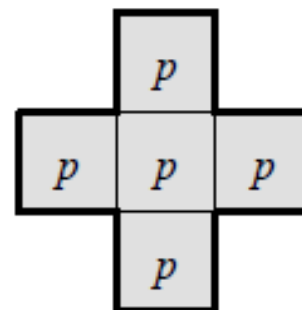
问题：形状不同，形状因子可能相同



$F1$



$F2$



$F3$

$$A = 5$$

$$\|B\| = 12$$

$$F1 = F2 = F3$$

图 10.3.2 形状因子相同但形状不同的例子

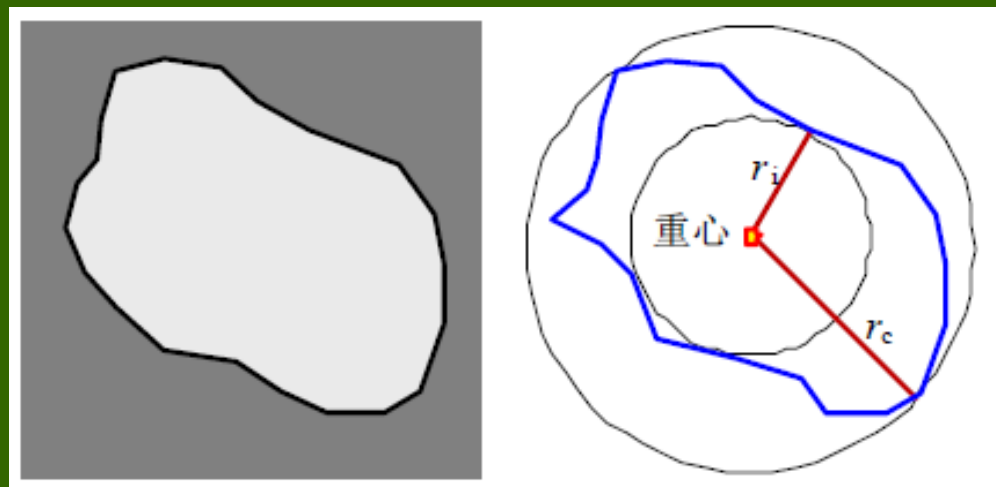
10.3.1 形状紧凑性描述

3. 球状性 S

原本指3-D目标的表面积和体积的比值
基于区域的内切圆和外接圆（圆心为重心）

半径比

$$S = r_i / r_c$$



区域为圆时 S 值达到最大（1）

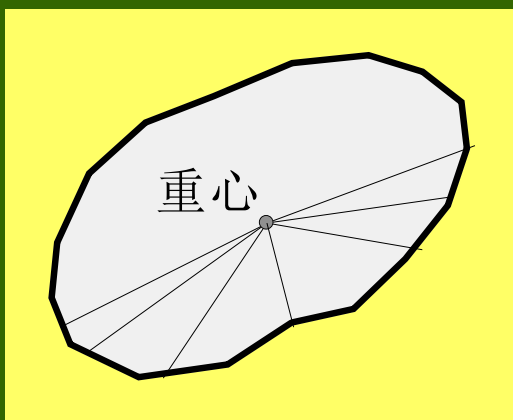
10.3.1 形状紧凑性描述

4. 圆形性 C

利用所有轮廓点

$$C = \frac{\mu_R}{\sigma_R}$$

重心坐标



$$\mu_R = \frac{1}{K} \sum_{k=0}^{K-1} \left\| (x_k, y_k) - (\bar{x}, \bar{y}) \right\|$$

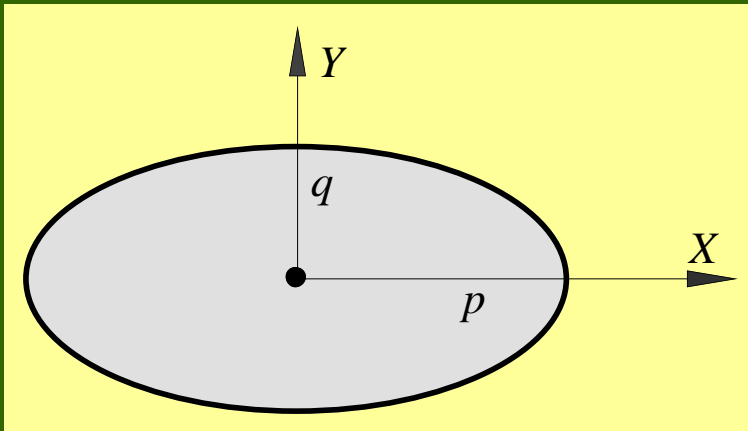
$$\sigma_R = \frac{1}{K} \sum_{k=0}^{K-1} \left[\left\| (x_k, y_k) - (\bar{x}, \bar{y}) \right\| - \mu_R \right]^2$$

区域趋向圆时 C 值趋于无穷

10.3.1 形状紧凑性描述

5. 偏心率 E

- 仅利用轮廓象素描述形状常常不够稳定
- 用 E 描述区域的紧凑性（伸长情况）
- E 利用整个区域的所有象素，由惯量推出



转动惯量

$$A = \sum m_i y_i^2$$

$$B = \sum m_i x_i^2$$

惯性积

$$H = \sum m_i x_i y_i$$

10.3.1 形状紧凑性描述

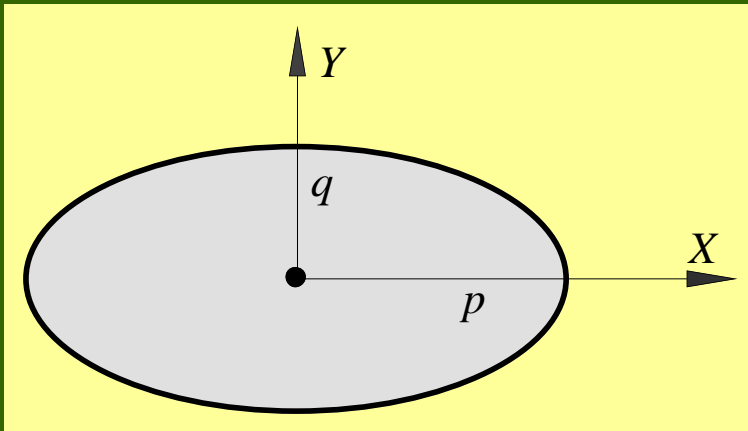
5. 偏心率 E

- 半主轴长

$$E = p / q$$

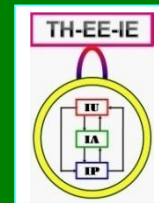
$$p = \sqrt{2 / \left[(A+B) - \sqrt{(A-B)^2 + 4H^2} \right]}$$

$$q = \sqrt{2 / \left[(A+B) + \sqrt{(A-B)^2 + 4H^2} \right]}$$



E 的值当区域为圆时达到最小 (1)

不受平移、旋转和尺度变换的影响



10.3.1 形状紧凑性描述

6. 基于目标围盒的描述符

- 紧凑度（对圆目标获最大值）
 A 为面积， P 为围盒周长度

$$C_P = \frac{\sqrt{4A/\pi}}{P}$$

- 圆度（紧凑度的平方）

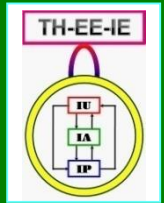
$$R_P = \frac{4A}{\pi P^2}$$

- 扩展度（与圆度差个常数系数）

$$E_P = \frac{A}{P^2}$$

- 矩形度（面积与围盒面积的比）
 B 为围盒面积

$$R_B = \frac{A}{B}$$



10.3.2 形状复杂性描述

1. 形状复杂性的简单描述符

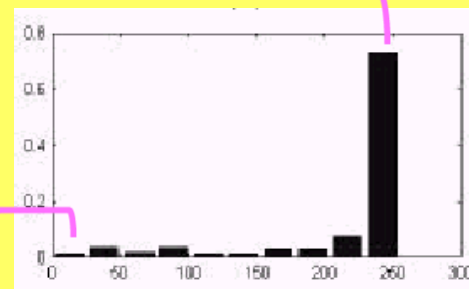
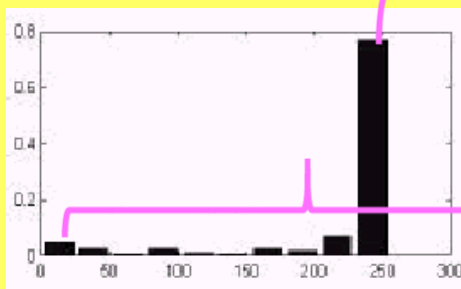
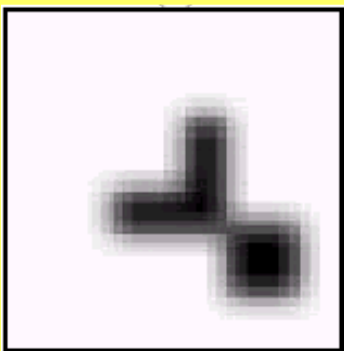
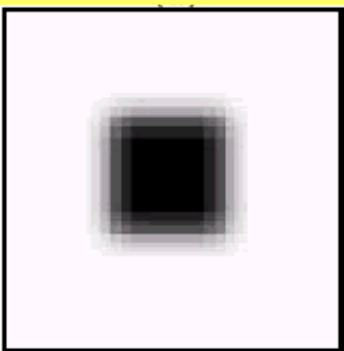
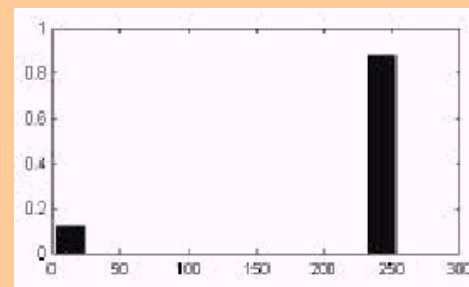
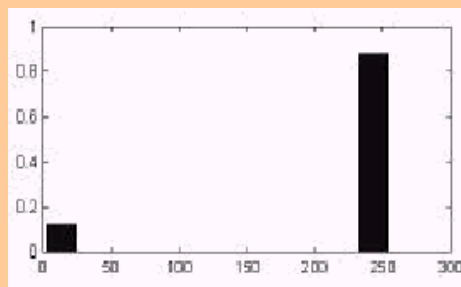
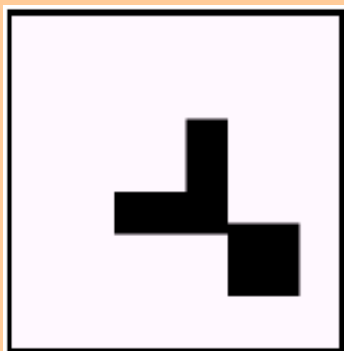
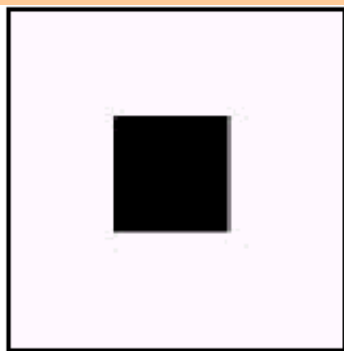
- (1) 细度比例：形状因子的倒数，即 $4\pi(A/B^2)$
- (2) 面积周长比： A/B
- (3) 与边界的平均距离：定义为 A/μ_R^2
- (4) 轮廓温度： $T = \log_2 [(2P)/(P - P_C)]$

其中 P_C 为目标凸包的周长

- (5) 充实度： A/A_C ，其中 A_C 代表目标凸包的面积
- (6) 凸度： P_C/P
- (7) 凹度： = 充实度

10.3.2 形状复杂性描述

2. 利用对模糊图象的直方图分析



10.3.2 形状复杂性描述

3. 饱和度

- 它考虑的是目标在其围盒中的充满程度
- 在一定意义下反映了目标的紧凑性（紧致性）
- 具体可用属于目标的像素数与整个围盒所包含的像素数之比来计算

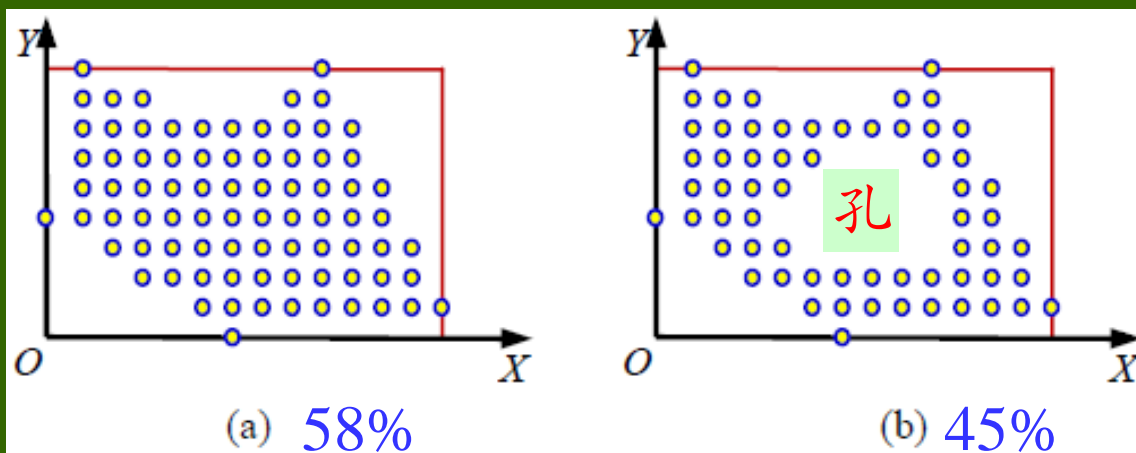


图 10.3.9 目标的饱和度

10.3.2 形状复杂性描述

3. 饱和度

对饱和度的统计类似于对直方图的统计，没有反映象素空间分布信息，所以并没有提供一般意义上的形状信息

➤ 投影直方图（位置直方图）

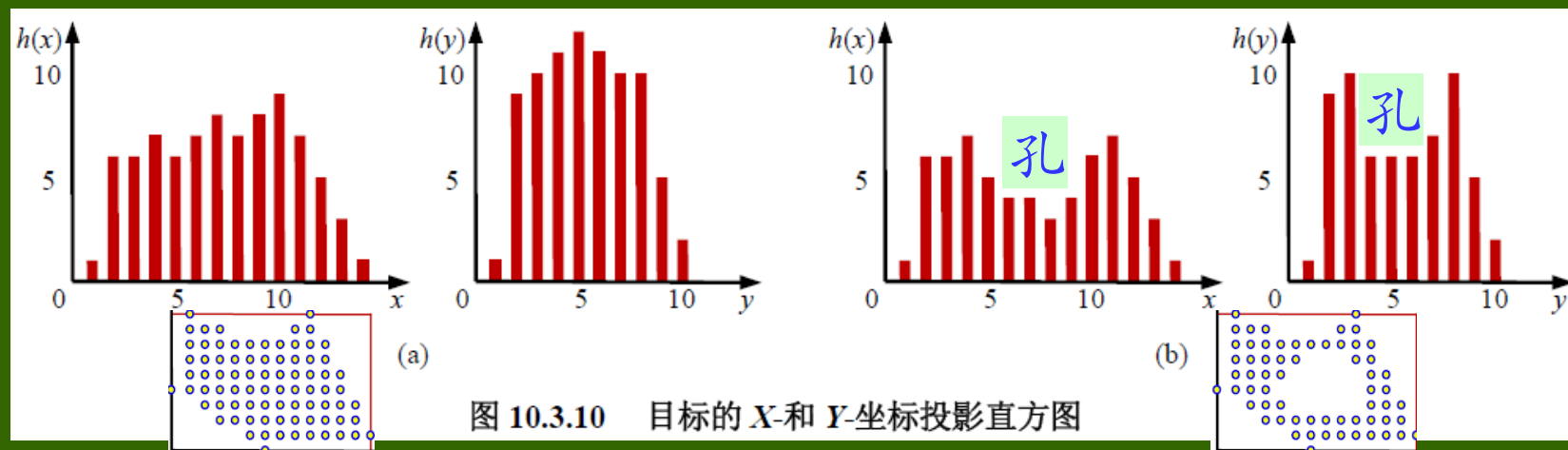


图 10.3.10 目标的 X 和 Y 坐标投影直方图

10.3.2 形状复杂性描述

4. 形状上下文

刻画目标轮廓的固定长度的矢量，记录了轮廓上各点的相对位置关系（包括朝向和距离信息）

- 对每个轮廓点构建一个2-D直方图
- 将对目标区域中所有点的直方图结合起来

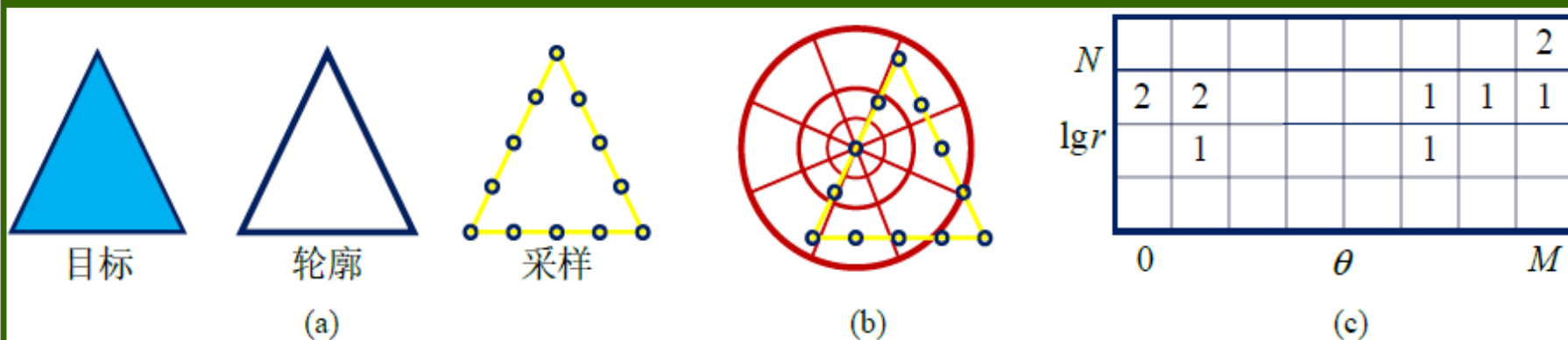
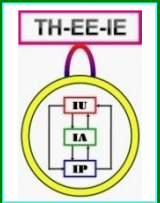


图 10.3.11 形状上下文描述符的计算示例



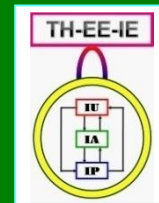
10.4 基于技术的描述

相关的描述符:

- 由同一种表达技术衍生出来的描述符
- 由一个基本描述符推导出来的描述符

10.4.1 基于多边形的描述符

10.4.2 基于离散曲率的描述符

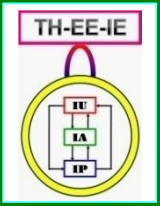


10.4.1 基于多边形的描述符

1. 直接计算的简单描述符

可直接从多边形表达轮廓算出：

- (1) 角点或顶点的个数
- (2) 角度和边的统计量，如均值，中值，方差
- (3) 最长边和最短边的长度，它们的长度比和它们间的角度
- (4) 最大内角与所有内角和的比值
- (5) 各个内角的绝对差的均值



10.4.1 基于多边形的描述符

2. 形状数的比较

两个形状 A 和 B 之间的相似度 k 定义为这两个形状数之间的最大公共形状数

对封闭轮廓，其形状数的阶数总是偶数。如果 $S_4(A) = S_4(B)$, $S_6(A) = S_6(B)$, ..., $S_k(A) = S_k(B)$, $S_{k+2}(A) \neq S_{k+2}(B)$, ..., 则 A 和 B 的相似度就是 k

两个形状间的距离：它们相似度的倒数：

$$D(A, B) = 1/k$$

10.4.1 基于多边形的描述符

3. 区域的标记

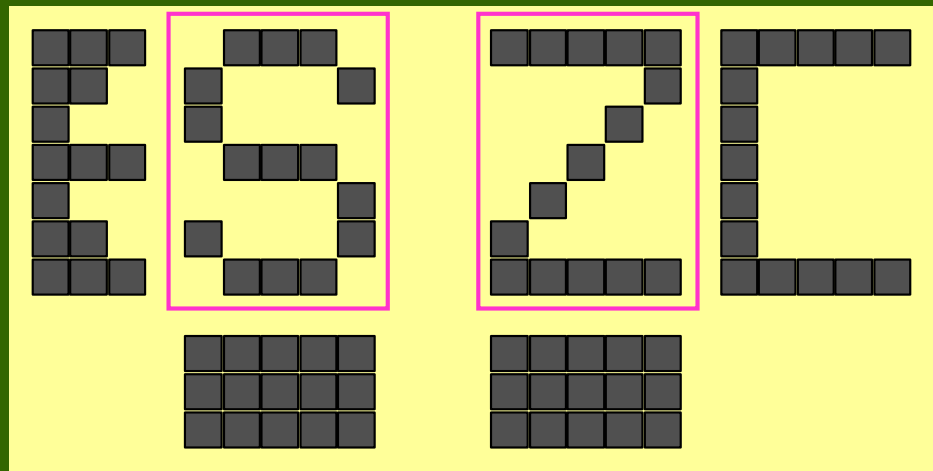
对区域中所有像素沿不同方向进行投影
点阵表达的字母（多边形逼近后的结果）

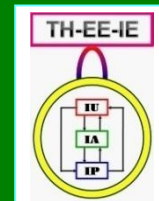
垂直投影：

得到相同的结果

水平投影：

得到不同的结果





10.4.2 基于离散曲率的描述符

1. 曲率与几何特征

表 10.4.1 一些可用曲率刻画的几何特征

曲率	几何特征
连续零曲率	直线段
连续非零曲率	圆弧段
局部最大曲率绝对值	角点
局部最大曲率正值	凸角点
局部最大曲率负值	凹角点
曲率过零点	拐点
大曲率平均绝对值或平方值	形状复杂性

10.4.2 基于离散曲率的描述符

2. 离散曲率

给定一个离散点集合 $P = \{p_i\}_{i=0, \dots, n}$ ，它定义了一条数字曲线，在点 $p_i \in P$ 处的 k -阶曲率 $\rho_k(p_i) = 1 - |\cos \theta_k^i|$ ，其中 $\theta_k^i = \text{angle}(p_{i-k}, p_i, p_{i+k})$ 是两个线段 $[p_{i-k}, p_i]$ 和 $[p_i, p_{i+k}]$ 之间的夹角，而 $k \in \{1, \dots, n-i\}$ （使曲率计算稳定）

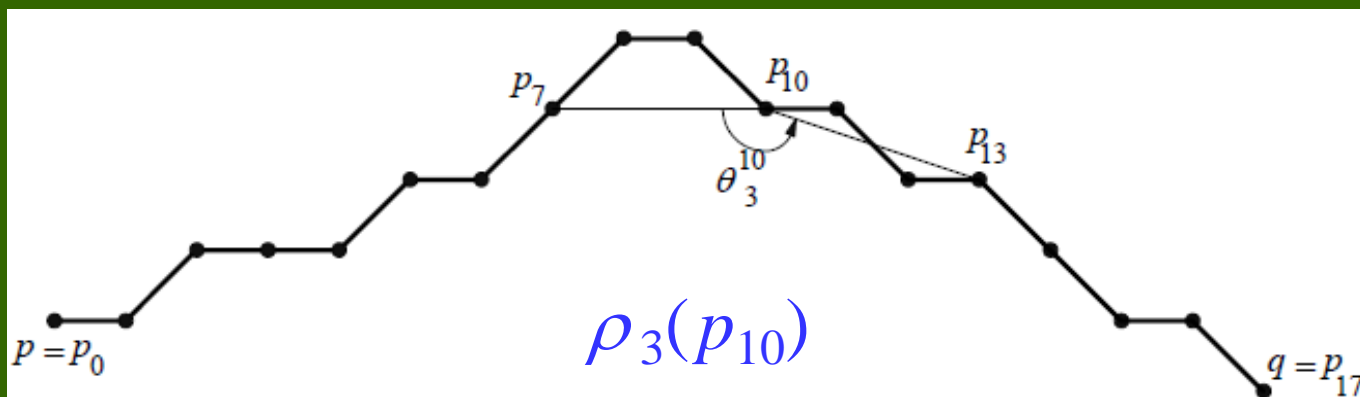
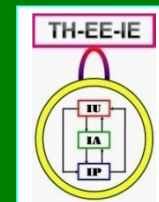


图 10.4.3 离散曲率的计算



10.4.2 基于离散曲率的描述符

3. 离散曲率的计算

连续时

$$k(t) = \frac{x'(t)y''(t) - x''(t)y'(t)}{(x'(t)^2 + y'(t)^2)^{3/2}}$$

(1) 先对 $x(t)$ 和 $y(t)$ 进行采样再求导数

用有限差分的方法

$$x'(n) = x(n) - x(n-1)$$

$$y'(n) = y(n) - y(n-1)$$

$$x''(n) = x'(n) - x'(n-1)$$

$$y''(n) = y'(n) - y'(n-1)$$

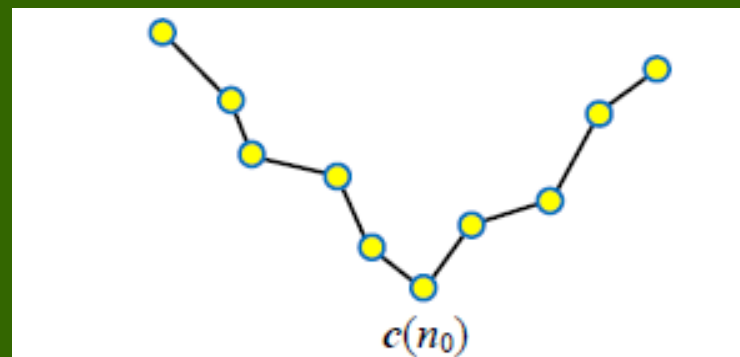


图 10.4.5 基于插值的曲率计算

10.4.2 基于离散曲率的描述符

3. 离散曲率的计算

(2) 根据矢量间的夹角来定义等价的曲率测度

$$\begin{cases} \mathbf{u}_i(n) = [x(n) - x(n-i), y(n) - y(n-i)] \\ \mathbf{v}_i(n) = [x(n) - x(n+i), y(n) - y(n+i)] \end{cases}$$

夹角的余弦

$$r_i(n) = \frac{\mathbf{u}_i(n) \mathbf{v}_i(n)}{\|\mathbf{u}_i(n)\| \|\mathbf{v}_i(n)\|}$$

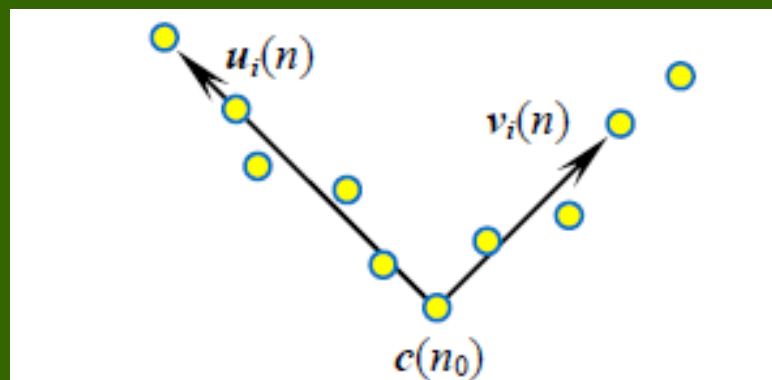
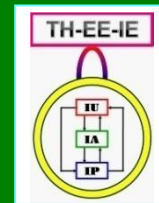


图 10.4.6 基于角度的曲率计算



10.4.2 基于离散曲率的描述符

4. 基于曲率的描述符

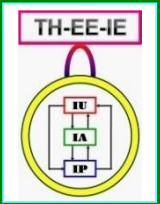
- (1) 曲率的统计值：平均值，方差，熵
- (2) 曲率最大、最小点，拐点
- (3) 弯曲能

将给定曲线弯曲成所期望形状而需要的能量

$$BE = \sum_{t=1}^L k^2(t) \quad \{\text{例10.4.2}\}$$

- (4) 对称测度
角度改变量

$$S = \int_0^L \left(\int_0^t k(l) dl - \frac{A}{2} \right) dt$$



10.5 拓扑结构的描述

交叉数 (crossing number)

考虑像素 p 的8个邻域像素 q_i ($i = 0, \dots, 7$)

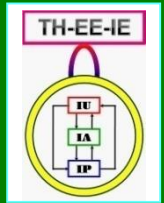
$S_4(p)$: 在 p 的8-邻域中4-连通组元的数目

$$S_4(p) = \prod_{i=0}^7 q_i + \frac{1}{2} \sum_{i=0}^7 |q_{i+1} - q_i|$$

连接数 (connectivity number)

$C_8(p)$: 在 p 的8-邻域中8-连通组元的数目

$$C_8(p) = q_0 q_2 q_4 q_6 + \sum_{i=0}^3 (\bar{q}_{2i} - \bar{q}_{2i} \bar{q}_{2i+1} \bar{q}_{2i+2})$$



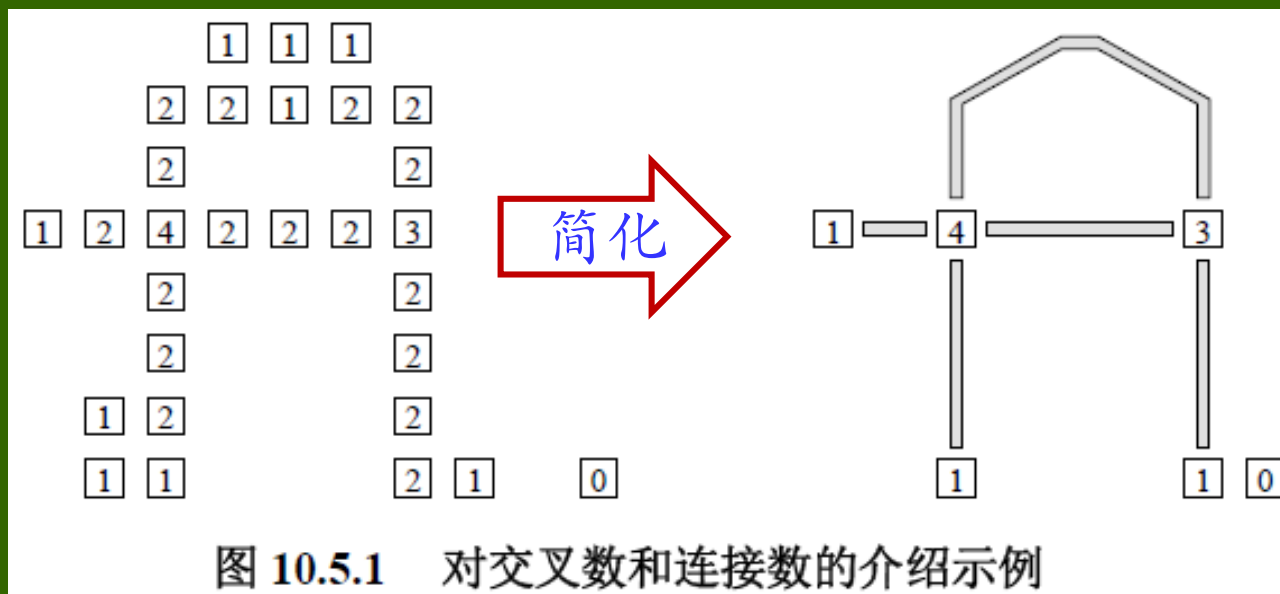
10.5 拓扑结构的描述

- 区分4-连通组元 C 中的各个像素 p :
- (1) 如果 $S_4(p) = 0$, 则 p 是一个孤立点
(即 $C = \{p\}$)
 - (2) 如果 $S_4(p) = 1$, 则 p 或者是一个边界点或者是一个内部点
 - (3) 如果 $S_4(p) = 2$, 则 p 对保持 C 的4-连通是必不可少的一个点
 - (4) 如果 $S_4(p) = 3$, 则 p 是一个分叉点
 - (5) 如果 $S_4(p) = 4$, 则 p 是一个交叉点

10.5 拓扑结构的描述

连通区域图

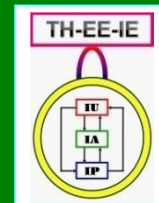
拓扑结构图



图中的孔数 $H = 1 + |A| - |V|$ ($= 1 + 5 - 5$)

V 代表图结构中的结点集合

A 代表图结构中的 (结点) 连接弧集合



10.6 分形维数

1. 两种维数定义

(1) 拓扑维数 (topological dimension)

点在集合中位置的自由度的数目，记为 d_T
点的 d_T 是0，曲线的 d_T 是1，平面的 d_T 是2，...

(2) 自相似维数 (Hausdorff dimension)

它被记为 d ，是实数

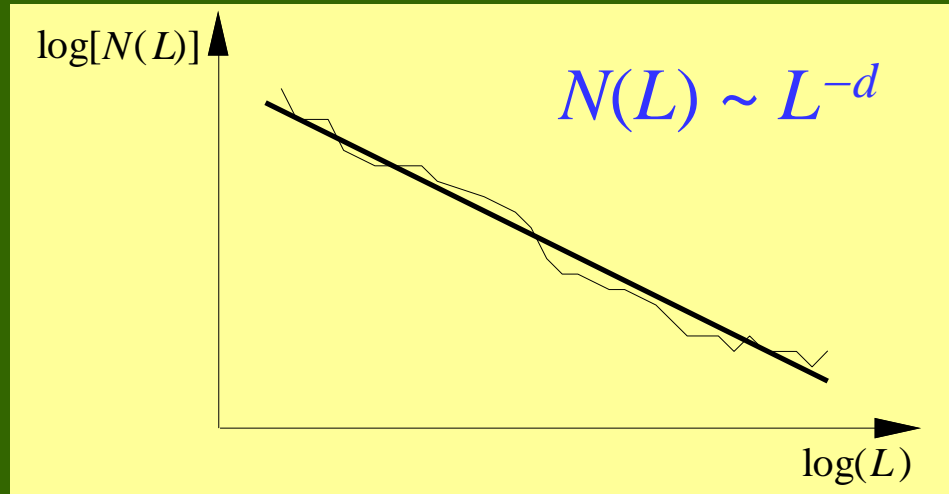
在欧氏空间的集合中，总有 $d \geq d_T$

(不等式成立的为分形集合， d 为分形维数)

10.6 分形维数

2. 盒计数方法

- 将图象分成尺寸为 $L \times L$ 的盒
- 对含有感兴趣目标的盒进行计数，记为 $N(L)$
- 通过改变 L ，得到 $\log[N(L)]$ 对 $\log(L)$ 的曲线
- 分形维数是曲线的逼近直线的斜率的绝对值



10.6 分形维数

➤ Koch三段曲线

从一条直线开始，将其三等份，再将中间一份用两段同长的线段代替

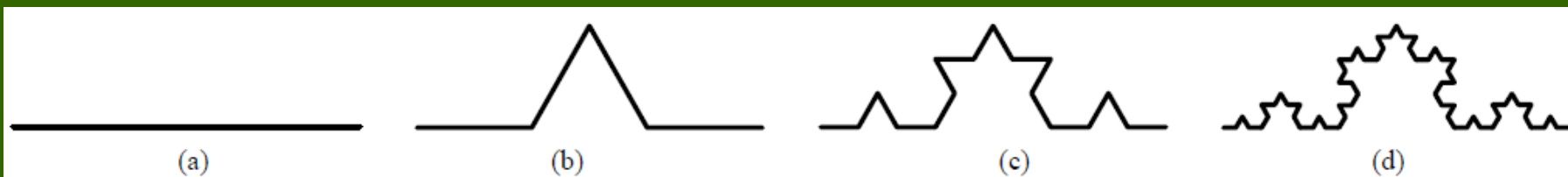


图 10.6.1 构建 Koch 三段曲线的初始步骤

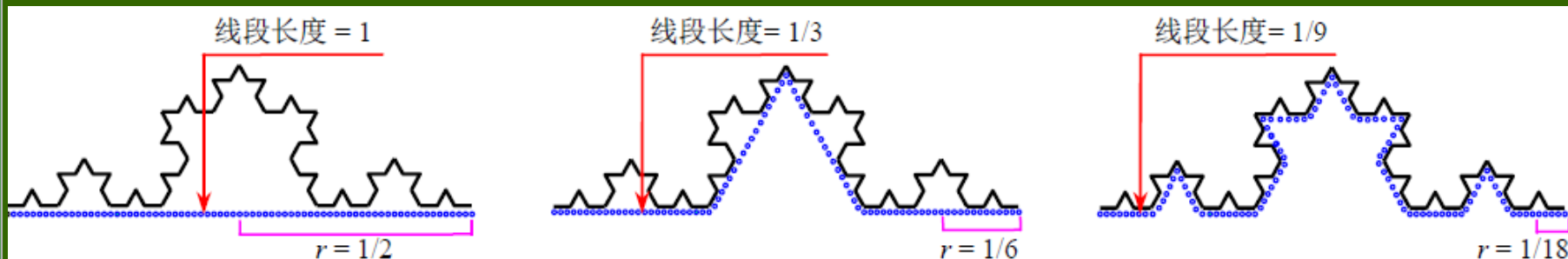
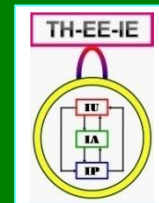


图 10.6.2 分形曲线的长度依赖于测量仪器



10.6 分形维数

➤ Koch三段曲线

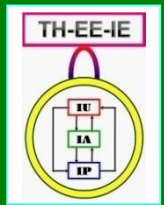
$N(r) \sim r^{-d}$: r 为半径, $N(r)$ 为个数

$r = 1/2, N(r) = 1$; $r = 1/6, N(r) = 4$; $r = 1/18, N(r) = 16$

表 10.6.1 $N(r)$ 随 r 变化的情况

r	$N(r)$	测得的曲线长度
$1/2 = (1/2) (1) = (1/2) (1/3)^0$	$1 = 4^0$	1
$1/6 = (1/2) (1/3) = (1/2) (1/3)^1$	$4 = 4^1$	1.33
$1/18 = (1/2) (1/9) = (1/2) (1/3)^2$	$16 = 4^2$	1.78
.....

$$4 \sim (1/3)^{-d} \quad d = \log(4) / \log(3) \approx 1.26 \quad \{\text{例10.6.1}\}$$



10.6 分形维数

3. 盒计数方法的讨论

- 分形总是对应一定的有限尺度
- $\log[N(L)]$ 对 $\log(L)$ 曲线的三段区域

- ① 无分形区域($d \approx 1$)
- ② 分形的区域($d > 1$)
- ③ 约为零维数的区域($d \approx 0$)

{例10.6.2}

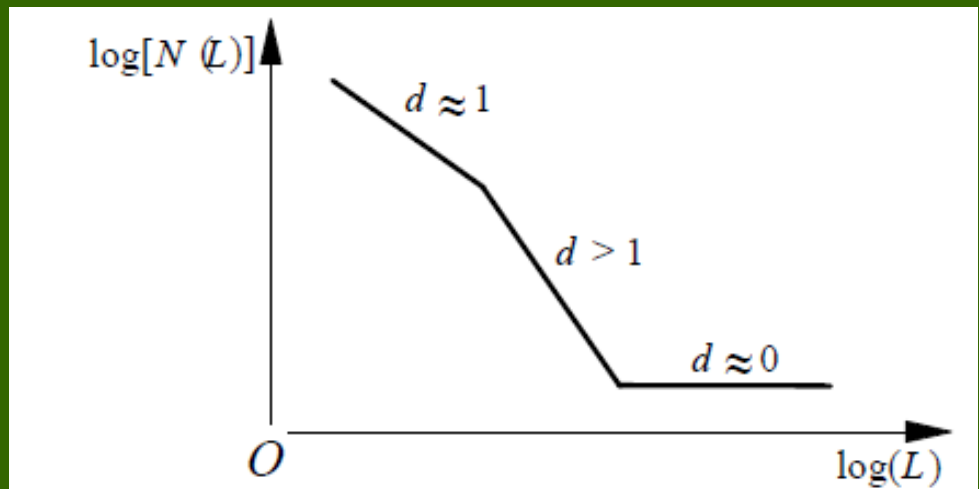


图 10.6.7 $\log[N(L)]$ 对 $\log(L)$ 曲线中的三个区段



联系信息

- ☞ 通信地址：北京清华大学电子工程系
- ☞ 邮政编码：100084
- ☞ 办公地址：清华大学，罗姆楼，6层305室
- ☞ 办公电话：(010) 62798540
- ☞ 传真号码：(010) 62770317
- ☞ 电子邮件：zhang-yj@tsinghua.edu.cn
- ☞ 个人主页：oa.ee.tsinghua.edu.cn/~zhangyujin/