2D计算机视觉

原理、算法及应用

第13章　目标分类

在对目标表达和描述及对各种特性的描述和测量的基础上，可进一步对目标进行分类

将目标分到一组相近特性或属性的类别中

对目标的分类要根据对目标的描述或对目标特征的测量来进行

为准确、鲁棒地进行目标分类，对特征的选择和提取有一定的要求（如特征需具备不变性）

分类的一个关键问题是设计有效的分类器

第13章　目标分类

13.1　不变量交叉比

13.2　统计模式分类

13.3　支持向量机

13.1 不变量交叉比

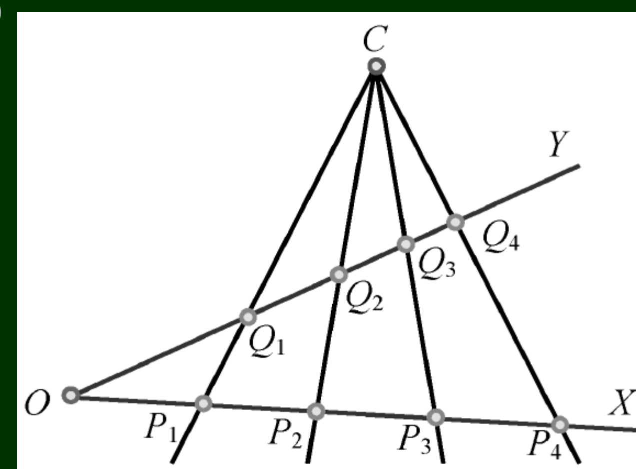
不变量是指不随某些变换（如平移和旋转）而改变的量度。它们可以帮助唯一地刻画目标而无须考虑位置和朝向等

交叉比

比率的比率（比例的比例）

$$\frac{x_o}{x_i}+\frac{y_o}{y_i}=1 \quad i=1,2,3,4$$

$$\frac{x_o(x_j-x_i)}{x_i x_j}=-\frac{y_o(y_j-y_i)}{y_i y_j}$$



13.1 不变量交叉比

交叉比

消除未知的x_o和y_o

$$\frac{x_3(x_2-x_1)}{x_2(x_3-x_1)}=-\frac{y_3(y_2-y_1)}{y_2(y_3-y_1)}$$

消除绝对坐标的影响

$$\frac{(x_2-x_4)/(x_3-x_4)}{(x_2-x_1)/(x_3-x_1)}=-\frac{(y_2-y_4)/(y_3-y_4)}{(y_2-y_1)/(y_3-y_1)}$$

由4个共线点得到的交叉比都有相同的值

$$C(P_1,P_2,P_3,P_4)=\frac{(x_3-x_1)/(x_2-x_4)}{(x_2-x_1)/(x_3-x_4)}=R$$

13.1 不变量交叉比

交叉比

较多见

$$C(P_2,P_1,P_3,P_4)=\frac{(x_3-x_2)/(x_1-x_4)}{(x_1-x_2)/(x_3-x_4)}=C(P_1,P_2,P_4,P_3)=\frac{(x_4-x_1)/(x_2-x_3)}{(x_2-x_1)/(x_4-x_3)}=1-R$$

$$C(P_1,P_3,P_2,P_4)=\frac{(x_2-x_1)/(x_3-x_4)}{(x_3-x_1)/(x_2-x_4)}=C(P_4,P_2,P_3,P_1)=\frac{(x_3-x_4)/(x_2-x_1)}{(x_2-x_4)/(x_3-x_1)}=\frac{1}{R}$$

$$C(P_3,P_2,P_1,P_4)=\frac{(x_1-x_3)/(x_2-x_4)}{(x_2-x_3)/(x_1-x_4)}=C(P_1,P_4,P_3,P_2)=\frac{(x_3-x_1)/(x_4-x_2)}{(x_4-x_1)/(x_3-x_2)}=\frac{R}{R-1}$$

较少见

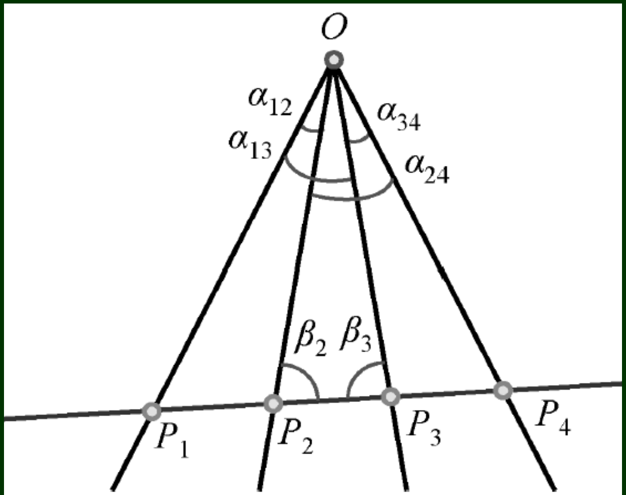
$$C(P_3,P_1,P_2,P_4)=1-C(P_1,P_3,P_2,P_4)=1-\frac{1}{R}=\frac{R-1}{R}$$

$$C(P_2,P_3,P_1,P_4)=\frac{1}{C(P_2,P_1,P_3,P_4)}=\frac{1}{1-R}$$

13.1 不变量交叉比

交叉比

“光束”：考虑4个共线点所在共面直线交点的特殊结构



使用4次正弦定理得到：

$$\frac{x_3 - x_1}{\sin\alpha_{13}} = \frac{OP_1}{\sin\beta_3} \qquad \frac{x_2 - x_1}{\sin\alpha_{21}} = \frac{OP_1}{\sin\beta_2}$$

$$\frac{x_2 - x_4}{\sin\alpha_{24}} = \frac{OP_4}{\sin\beta_2} \qquad \frac{x_3 - x_4}{\sin\alpha_{34}} = \frac{OP_4}{\sin\beta_3}$$

交叉比仅仅依赖各线之间的夹角

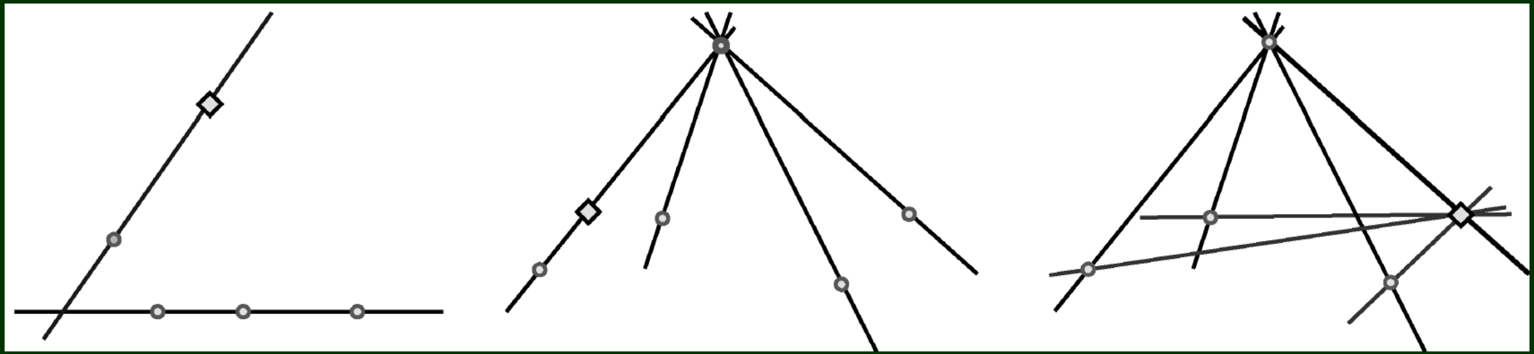
$$C(P_1, P_2, P_3, P_4) = \frac{\sin\alpha_{13}\sin\alpha_{24}}{\sin\alpha_{12}\sin\alpha_{34}}$$

13.1 不变量交叉比

非共线点的不变量

推广到4个并行平面的情况

对不共线点计算交叉比：



5点结构下计算交叉比不变量的一对公式

$$C_a = \frac{\Delta_{513}\Delta_{524}}{\Delta_{512}\Delta_{534}} \qquad C_b = \frac{\Delta_{124}\Delta_{135}}{\Delta_{123}\Delta_{145}}$$

13.1 不变量交叉比

对称的交叉比函数

要区分交叉比的值是R还是$(1–R)$，则可使用函数$f(R) = R(1–R)$，该函数满足$f(R) = f(1–R)$

要区分交叉比的值是R还是$1/R$，则可使用函数$g(R) = R+1/R$，该函数满足$g(R) = g(1/R)$

满足双重条件

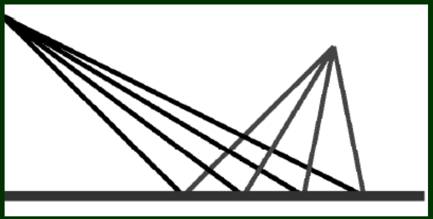
$$S(R)=\frac{(1-R+R^2)^3}{R^2(1-R^2)^2}$$

$$S(R)=\frac{[1-R(1-R)]^3}{R^2(1-R^2)^2}=\frac{(R+1/R-1)^3}{R+1/R-2}$$

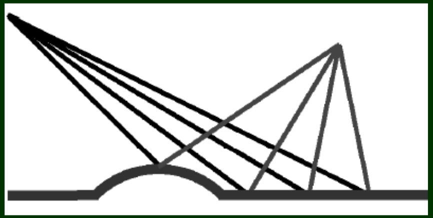
13.1 不变量交叉比

交叉比应用示例

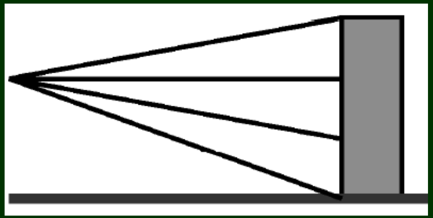
4个共线点都在水平地面上



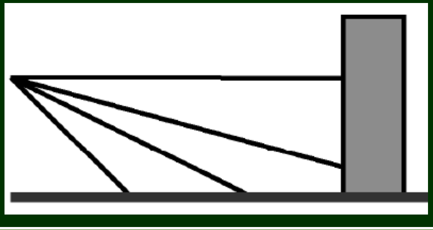
地面不平整，交叉比不能保持常数



交叉比保持常数但4个共线点不都在水平地面上



4个点不共面，所以交叉比不为常数



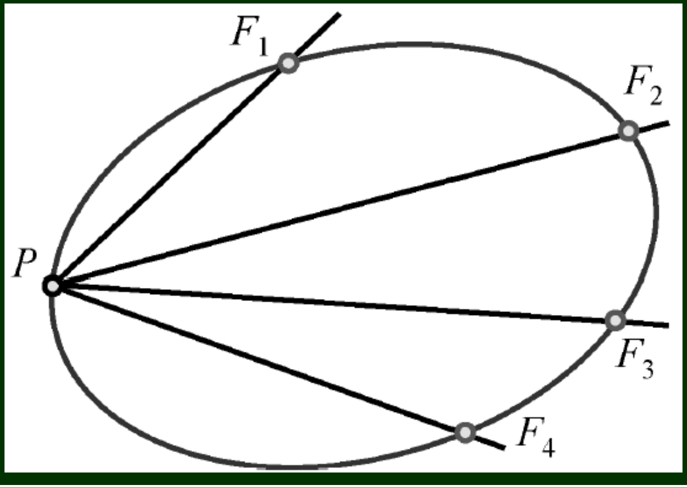
13.1 不变量交叉比

交叉比应用示例

进一步考虑圆锥曲线的情况

借助交叉比来确定圆锥曲线

沙勒定理指出，如果点P运动并保持交叉比常数，则点P的轨迹是圆锥曲线



类似上面确定地平面的情况，这可确定一组点是否在一个平面圆锥曲线上

13.2 统计模式分类

目标分类在本质上是一个模式分类的问题，也常称为模式识别

统计模式分类：根据模式统计特性，用自动技术确定决策函数并对给定模式赋值和分类

模式分类原理

图像模式：图像的灰度分布构成亮度模式

模式：由一个或多个模式符，也可叫特征组成（或排列成）

模式类：一组具有某些共同特性的模式

13.2 统计模式分类

模式分类原理

一个n维的模式矢量 $\boldsymbol{x} = [x_1 \quad x_2 \quad \cdots \quad x_n]^{\mathrm{T}}$

决策函数：对给定的M个模式类s_1，s_2，…，s_M，要确定M个判别函数$d_1(\boldsymbol{x}), d_2(\boldsymbol{x}), \ldots, d_M(\boldsymbol{x})$

如果一个模式$\boldsymbol{x}$属于类s_i，那么有：

$$d_i(\boldsymbol{x}) > d_j(\boldsymbol{x}) \qquad \begin{array}{l} j = 1, 2, \cdots, M \\ j \neq i \end{array}$$

决策边界：将类i与类j分开的边界

$$d_{ij}(\boldsymbol{x}) = d_i(\boldsymbol{x}) - d_j(\boldsymbol{x}) = 0$$

13.2 统计模式分类

最小距离分类器

用一个均值矢量表示模式类

$$\boldsymbol{m}_j = \frac{1}{N_j}\sum_{\boldsymbol{x}\in s_j}\boldsymbol{x} \qquad j=1,\ 2,\cdots,\ M$$

测量距离

$$D_j(\boldsymbol{x}) = \left\| \boldsymbol{x} - \boldsymbol{m}_j \right\| \qquad j=1,\ 2,\cdots,\ M$$

计算决策函数

$$d_j(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{m}_j - \frac{1}{2}\boldsymbol{m}_j^{\mathrm{T}}\boldsymbol{m}_j \qquad j=1,\ 2,\cdots,\ M$$

得到决策边界

$$d_{ij}(\boldsymbol{x}) = d_i(\boldsymbol{x}) - d_j(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{m}_i - \boldsymbol{m}_j) - \frac{1}{2}(\boldsymbol{m}_i - \boldsymbol{m}_j)^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{m}_i - \boldsymbol{m}_j) = 0$$

13.2 统计模式分类

最优统计分类器

最优统计分类原理

在平均意义上产生最小可能分类误差

将$\boldsymbol{x}$赋给s_j产生的平均损失为：

$$r_j(\boldsymbol{x}) = \sum_{k=1}^{M} L_{kj}\, p(s_k \mid \boldsymbol{x})$$

进一步

$$r_j(\boldsymbol{x}) = \frac{1}{p(\boldsymbol{x})} \sum_{k=1}^{M} L_{kj}\, p(\boldsymbol{x} \mid s_k) P(s_k) \qquad r_j(\boldsymbol{x}) = \sum_{k=1}^{M} L_{kj}\, p(\boldsymbol{x} \mid s_k) P(s_k)$$

13.2 统计模式分类

最优统计分类器

贝叶斯分类器

$$\sum_{k=1}^{M} L_{ki}\, p(\boldsymbol{x} \mid s_k) P(s_k) < \sum_{l=1}^{M} L_{lj}\, p(\boldsymbol{x} \mid s_l) P(s_l)$$

损失函数 $L_{ij} = 1 - \delta_{ij}$

满足条件时将$\boldsymbol{x}$赋给类s_i:

$$p(s_i \mid \boldsymbol{x}) P(s_i) > p(s_j \mid \boldsymbol{x}) P(s_j) \qquad \begin{array}{l} j = 1, 2, \cdots, M \\ j \neq i \end{array}$$

判决函数 $d_j(\boldsymbol{x}) = p(\boldsymbol{x} \mid s_j) P(s_j) \quad j = 1, 2, \cdots, M$

13.2 统计模式分类

最优统计分类器

用于高斯模式类的贝叶斯分类器

1-D
$$d_j(x)=p(x\,|\,s_j)P(s_j)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_j}\exp\left[-\frac{(x-m_j)^2}{2\sigma_j^2}\right] \quad j=1,2$$

高维时

$$d_j(\boldsymbol{x})=\ln P(s_j)-\frac{1}{2}\ln\left|\boldsymbol{C}_j\right|-\frac{1}{2}\left[(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{m}_j)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}_j^{-1}(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{m}_j)\right]$$

线性决策函数

$$d_j(\boldsymbol{x})=\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{m}_j-\frac{1}{2}\boldsymbol{m}_j^{\mathrm{T}}\boldsymbol{m}_j \quad j=1,2,\cdots,M$$

13.2 统计模式分类

最优统计分类器

最小距离分类器在贝叶斯意义上最优：

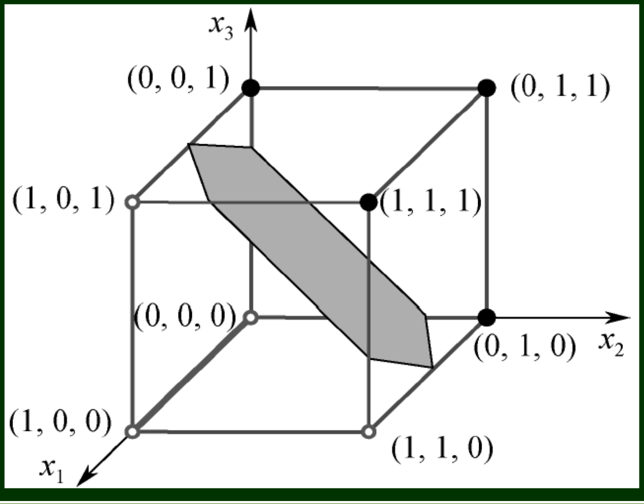
（1）模式类是高斯的

（2）所有协方差矩阵都与单位矩阵相等

（3）所有类别出现的概率相等

将两类模式分开的决策面为

$$d_1(\boldsymbol{x}) - d_2(\boldsymbol{x}) = -8x_1 - 8x_2 - 8x_3 + 4 = 0$$



13.2 统计模式分类

自适应自举

弱分类器：分类效果在两类样本下仅略高于50%

自举：将这些独立分类器依次分别用于不同的训练样本子集，结合起来以取得更好的效果

强分类器：自举算法将多个弱分类器结合成一个比其中任何一个弱分类器效果都更好的新的分类器

13.2 统计模式分类

自适应自举

自适应自举的主要步骤

（1）初始化K，K为弱分类器数量

（2）令$k = 1$，初始化权重$W_1(i) = 1/m$；

（3）对每个k，使用训练集合和一组权重$W_k(i)$来训练弱分类器C_k，对每个模式$\boldsymbol{x}_i$赋一个实数，即C_k：$X \rightarrow \mathrm{R}$

（4）选择系数$a_k \in \mathrm{R}$（$a_k > 0$）

13.2 统计模式分类

自适应自举

自适应自举的主要步骤

（5）更新权重

$$W_{k+1}(i)=\frac{W_k(i)\exp[-a_k c_i C_k(\boldsymbol{x}_i)]}{G_k}$$

（6）设置$k = k + 1$

（7）如果$k \le K$，回到步骤（3）

（8）最后的强分类器是

$$S(\boldsymbol{x}_i)=\operatorname{sign}\left[\sum_{k=1}^{K} a_k C_k(\boldsymbol{x}_i)\right]$$

13.3 支持向量机

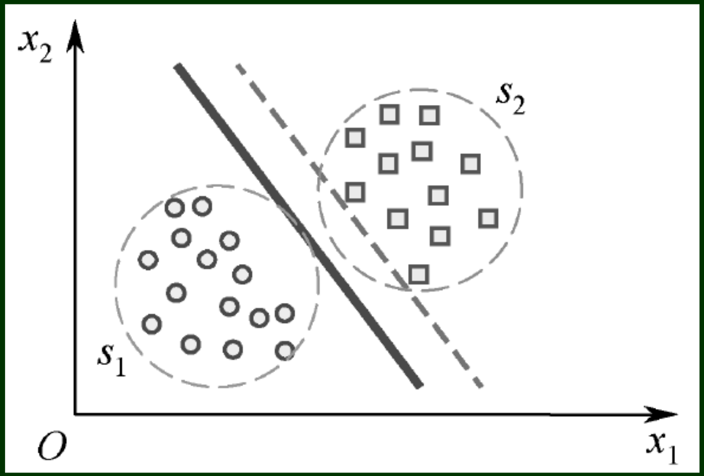
线性可分类

在模式类线性可分的的情况下，线性分类器的设计目的就是要设计一个超平面，使得

$$g(x)=\boldsymbol{w}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}+w_0=0$$

满足条件的超平面一般不唯一，需要考虑它的推广（泛化）能力和性能

与两个模式类都有最大距离的结果应该是最优的



13.3 支持向量机

线性可分类

对每个朝向，与两个模式类距离相等的超平面应该就是与两个类都有最大距离的超平面

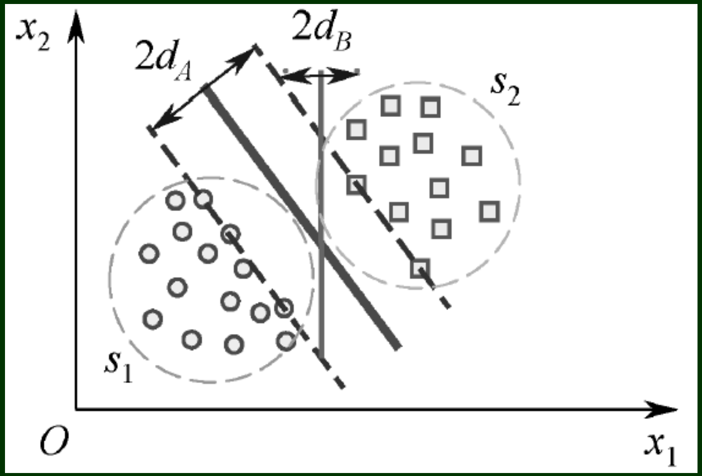
点到超平面的距离 $d=\dfrac{|g(x)|}{\|\boldsymbol{w}\|}$

等价于

$$\frac{1}{\|\boldsymbol{w}\|}+\frac{1}{\|\boldsymbol{w}\|}=\frac{2}{\|\boldsymbol{w}\|}$$

且满足

$$\begin{array}{ll} \boldsymbol{w}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}+w_0 \geqslant 1 & \forall x \in s_1 \\ \boldsymbol{w}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}+w_0 \leqslant 1 & \forall x \in s_2 \end{array}$$



13.3 支持向量机

线性可分类

计算超平面的$\boldsymbol{w}$和w_0，最小化代价函数

$$C(\boldsymbol{w}) \equiv \frac{1}{2}\|\boldsymbol{w}\|^2$$

用拉格朗日乘数法来解

$$L(\boldsymbol{w}, w_0, \lambda) \equiv \frac{1}{2}\boldsymbol{w}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{w} - \sum_{i=1}^{N}\lambda_i\left[t_i(\boldsymbol{w}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}_i + w_0) - 1\right]$$

最优解的$\boldsymbol{w}$是N_s个（$N_s \leq N$）与$l_i \neq 0$相关的特征（支持）向量的线性组合：

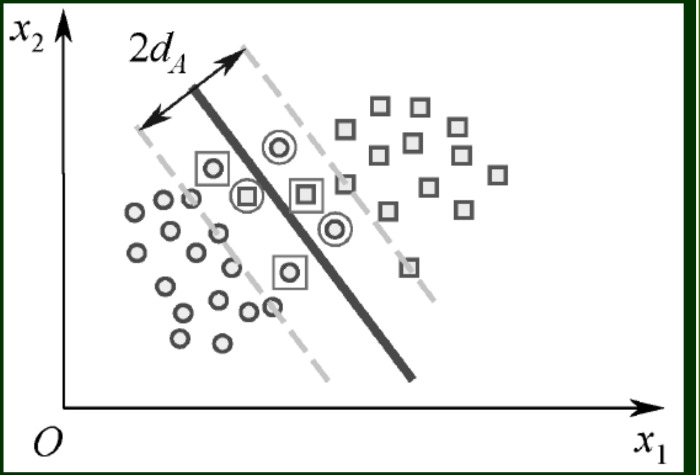
$$\boldsymbol{w} = \sum_{i=1}^{N_s}\lambda_i t_i \boldsymbol{x}_i$$

最优的超平面分类器

$$\boldsymbol{w}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x} + w_0 = \pm 1$$

13.3 支持向量机

线性不可分类



无论如何选择超平面，

总会有样本落入分类带

（1）落在分类带之外
且被正确地分了类

（2）落在分类带之内且被正确地分了类

$$0 \leqslant t_i\left(\boldsymbol{w}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x} + w_0\right) < 1$$

（3）被错误地分了类

$$t_i\left(\boldsymbol{w}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x} + w_0\right) < 0$$

13.3 支持向量机

线性不可分类

引入一组松弛变量，将3种情况统一

$$t_i\left(\boldsymbol{w}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}+w_0\right)\geqslant 1-r_i$$

（1）$r_i=0$，（2）$0\le r_i\le 1$，（3）$r_i>1$

优化目标是在保持具有$r_i>0$的点数尽可能少的条件下，使最近点到超平面的距离尽可能地小

要最小化的代价函数为

$$C(\boldsymbol{w},w_0,\boldsymbol{r})\equiv\frac{1}{2}\|\boldsymbol{w}\|^2+k\sum_{i=1}^{N}I(r_i)$$

13.3 支持向量机

线性不可分类

将问题近似为在满足下式

$$\begin{cases} t_i\left(\boldsymbol{w}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}+w_0\right) > 1 - r_i & i = 1, 2, \cdots, N \\ r_i > 0 & i = 1, 2, \cdots, N \end{cases}$$

的条件下最小化下式

$$C(\boldsymbol{w}, w_0, \boldsymbol{r}) \equiv \frac{1}{2}\|\boldsymbol{w}\|^2 + k\sum_{i=1}^{N} r_i$$

拉格朗日函数

$$L(\boldsymbol{w}, w_0, \boldsymbol{r}, \lambda, \mu) = \frac{1}{2}\|\boldsymbol{w}\|^2 + k\sum_{i=1}^{N} r_i - \sum_{i=1}^{N} \mu_i r_i - \sum_{i=1}^{N} \lambda_i\left[t_i(\boldsymbol{w}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}_i + w_0) - 1 + r_i\right]$$

13.4 各节要点和可参考的文献

1 不变量交叉比

2 统计模式分类

3 支持向量机

<u>自 我 检 测 题</u>