2D计算机视觉

原理、算法及应用

第4章　频域增强

将图像进行变换，在变换域进行图像增强

最常用的变换域就是频域（频率域，是傅里叶变换的结果）

频域增强有直观的物理意义

图像模糊是图像中高频分量不足的结果。如果在频域里增加高频分量或减少低频分量就能消除一些模糊而使图像清晰

周期噪声具有特定的频率，可以采取频域滤波的方法滤除对应噪声的频率

第4章　频域增强

- 4.1　傅里叶变换和频域增强
- 4.2　频域低通滤波器
- 4.3　频域高通滤波器
- 4.4　带通带阻滤波器
- 4.5　同态滤波器

4.1 傅里叶变换和频域增强

傅里叶变换

一种将图像空间和频率空间联系起来的变换

2-D图像$f(x, y)$的傅里叶变换$F(u, v)$为：

$$F(u,v)=\frac{1}{N}\sum_{y=0}^{N-1}\sum_{x=0}^{N-1}f(x,y)\exp\frac{-\mathrm{j}2\pi(ux+vy)}{N}\qquad u,v=0,1,\cdots,N-1$$

$F(u, v)$的傅里叶反变换为$f(x, y)$：

$$f(x,y)=\frac{1}{N}\sum_{v=0}^{N-1}\sum_{u=0}^{N-1}F(u,v)\exp\frac{\mathrm{j}2\pi(xu+yv)}{N}\qquad x,y=0,1,\cdots,N-1$$

4.1 傅里叶变换和频域增强

傅里叶变换

一般$f(x,y)$是实函数，常对应复函数$F(u,v)$

$$F(u,v)=R(u,v)+\mathrm{j}I(u,v)$$

2-D傅里叶变换的频谱、相位角和功率谱：

$$|F(u,v)|=\sqrt{R^2(u,v)+I^2(u,v)}$$

$$\phi(u,v)=\arctan\frac{I(u,v)}{R(u,v)}$$

$$P(u,v)=|F(u,v)|^2=R^2(u,v)+I^2(u,v)$$

4.1 傅里叶变换和频域增强

傅里叶变换特性

变换核：

$$\frac{1}{N}\exp\frac{-\mathrm{j}2\pi(ux+vy)}{N} \qquad \frac{1}{N}\exp\frac{\mathrm{j}2\pi(xu+yv)}{N}$$

可分离性：

$$\frac{\exp\frac{-\mathrm{j}2\pi(ux+vy)}{N}}{N}=\frac{\exp\frac{-\mathrm{j}2\pi ux}{N}}{\sqrt{N}}+\frac{\exp\frac{-\mathrm{j}2\pi vy}{N}}{\sqrt{N}}$$

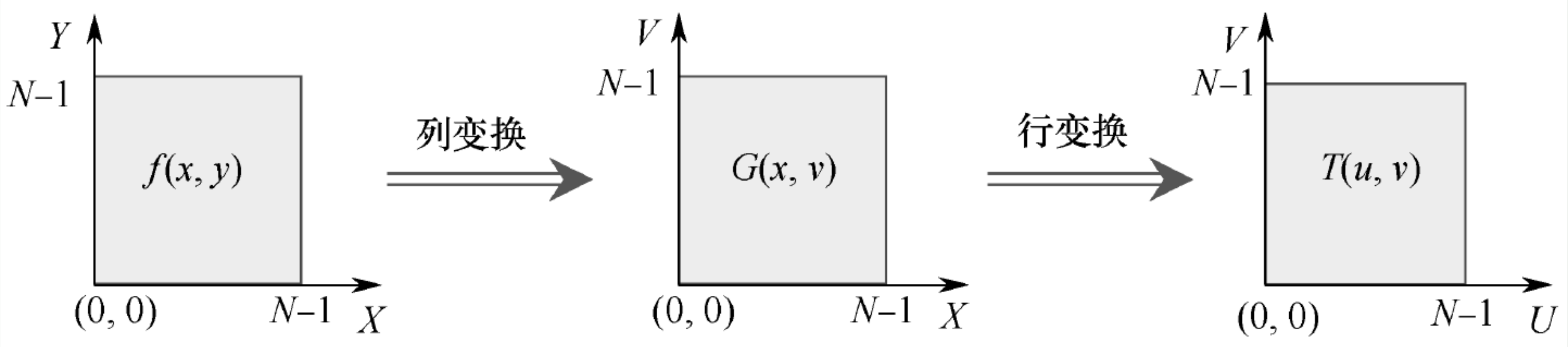
$$\frac{\exp\frac{\mathrm{j}2\pi(xu+yv)}{N}}{N}=\frac{\exp\frac{\mathrm{j}2\pi xu}{N}}{\sqrt{N}}+\frac{\exp\frac{\mathrm{j}2\pi yv}{N}}{\sqrt{N}}$$

4.1 傅里叶变换和频域增强

傅里叶变换特性

对称性：傅里叶变换核和傅里叶反变换核分离后的两部分具有相同的形式

具有可分离变换核的2-D变换可分成两个步骤计算，每个步骤用一个1-D变换



4.1 傅里叶变换和频域增强

频域增强

根据卷积定理

转移函数

$$G(u,v) = H(u,v)F(u,v)$$

反变换

$$g(x,y) = \mathcal{F}^{-1}[G(u,v)] = \mathcal{F}^{-1}[H(u,v)F(u,v)]$$

（1）计算需增强图像的傅里叶变换

（2）将其与1个（根据需要设计）**转移函数**相乘

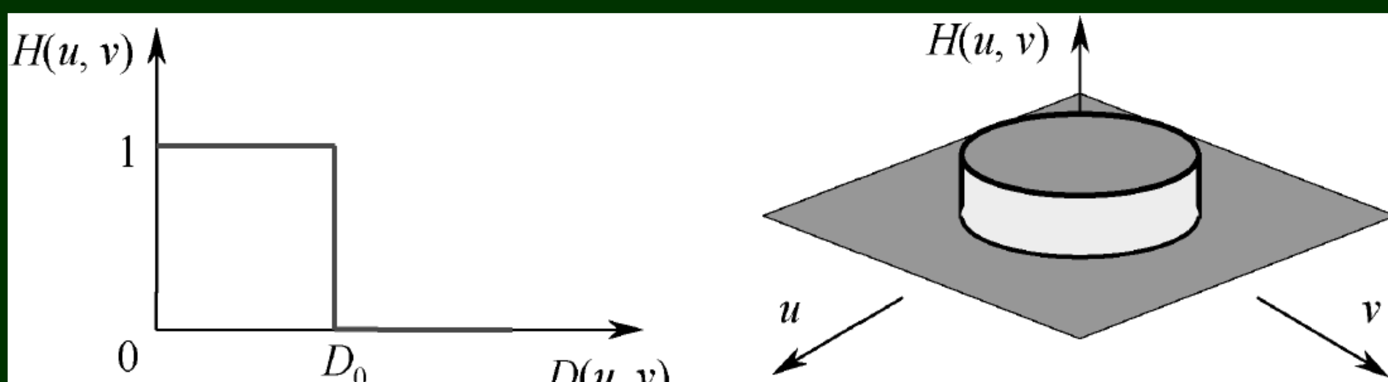
（3）将结果进行傅里叶反变换以得到增强的图像

4.2 频域低通滤波器

低通滤波器的功能是消弱或消除高频分量而保留低频分量

理想低通滤波器

$$H(u,v)=\begin{cases}1, & 若D(u,v)\leqslant D_0\\ 0, & 若D(u,v)>D_0\end{cases}$$

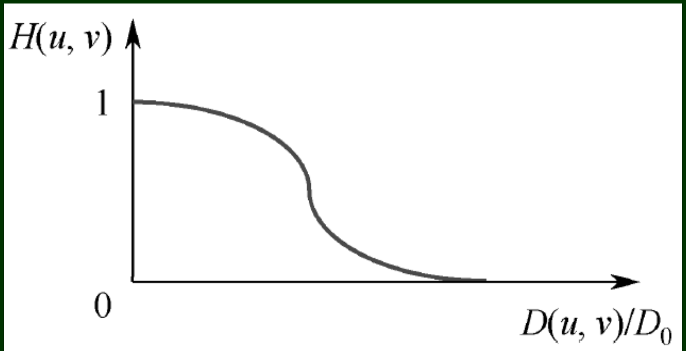


截断频率

4.2 频域低通滤波器

巴特沃斯低通滤波器

$$H(u,v)=\frac{1}{1+\left[\dfrac{D(u,v)}{D_0}\right]^{2n}}$$



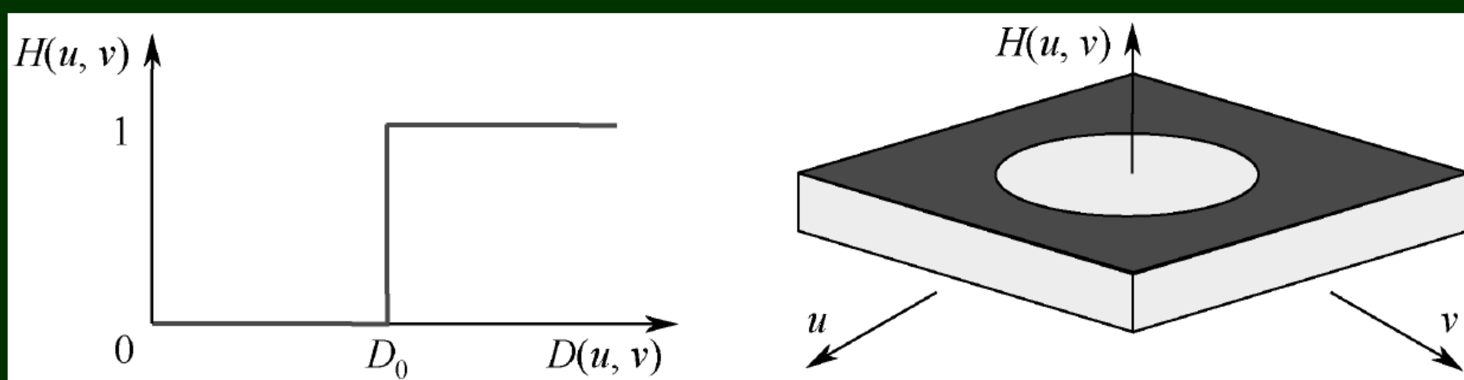
虚假轮廓　　理想低通　　巴特沃斯

4.3 频域高通滤波器

高通滤波器的功能是消弱或消除低频分量而保留高频分量

理想高通滤波器

$$H(u,v)=\begin{cases}0, & 若D(u,v)\leqslant D_0\\ 1, & 若D(u,v)>D_0\end{cases}$$

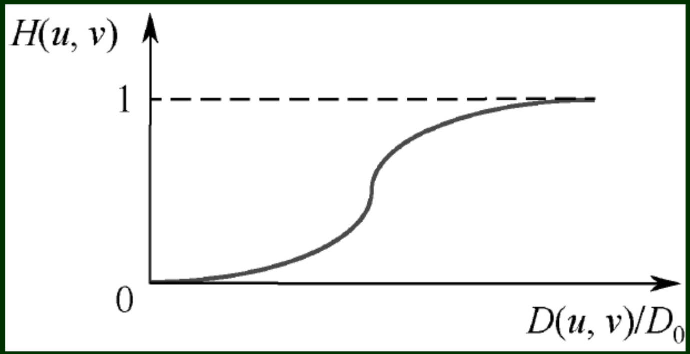


截断频率

4.3 频域高通滤波器

巴特沃斯高通滤波器

$$H(u,v)=\frac{1}{1+\left[\dfrac{D_0}{D(u,v)}\right]^{2n}}$$



模糊图像　　高通滤波　　高频增强

4.3　频域高通滤波器

巴特沃斯高通滤波器

高频增强滤波

对转移函数加1个常数c，得到高频增强转移函数$H_e(u, v) = H(u, v) + c$

高频增强输出图像的傅里叶变换为$G_e(u, v) = G(u, v) + c \times F(u, v)$，在高通的基础上又保留了一定的低频信息$c \times F(u,v)$

$$g_e(x, y) = g(x, y) + cf(x, y)$$

4.4　带通带阻滤波器

带通滤波器

允许一定频率范围内的信号通过而阻止其他频率范围内的信号通过的滤波器

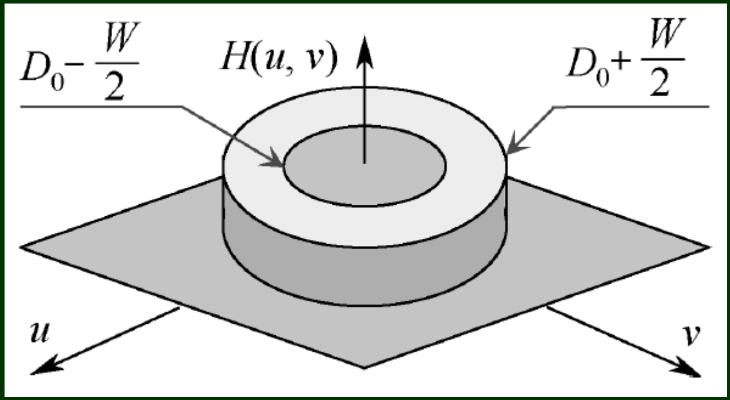
允许以频率原点为中心的圆环带内信号通过的带通滤波器是放射对称的

$$H(u,v)=\begin{cases}0, & 若D(u,v)<D_0-\dfrac{W}{2}\\[2ex] 1, & 若D_0-\dfrac{W}{2}\leqslant D(u,v)\leqslant D_0+\dfrac{W}{2}\\[2ex] 0, & 若D(u,v)>D_0+\dfrac{W}{2}\end{cases}$$

4.4 带通带阻滤波器

带通滤波器

转移函数透视图



n阶放射对称的巴特沃斯带通滤波器的转移函数为：

$$H(u,v) = \frac{\left[D(u,v)W\right]^{2n}}{\left[D^2(u,v) - D_0^2\right]^{2n} + \left[D(u,v)W\right]^{2n}}$$

4.4　带通带阻滤波器

带阻滤波器

阻止一定频率范围内的信号通过而允许其它频率范围内信号通过的滤波器

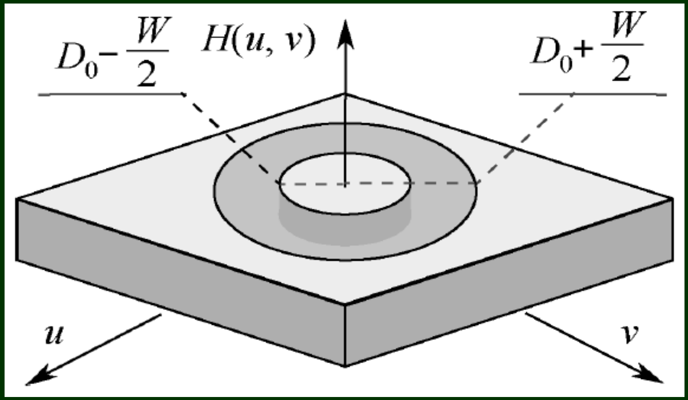
阻止以频率原点为中心的圆环带内信号通过的带阻滤波器是放射对称的

$$H(u,v)=\begin{cases}1, & D(u,v)<D_0-\dfrac{W}{2}\\ 0, & D_0-\dfrac{W}{2}\leqslant D(u,v)\leqslant D_0+\dfrac{W}{2}\\ 1, & D(u,v)>D_0+\dfrac{W}{2}\end{cases}$$

4.4　带通带阻滤波器

带阻滤波器

转移函数透视图



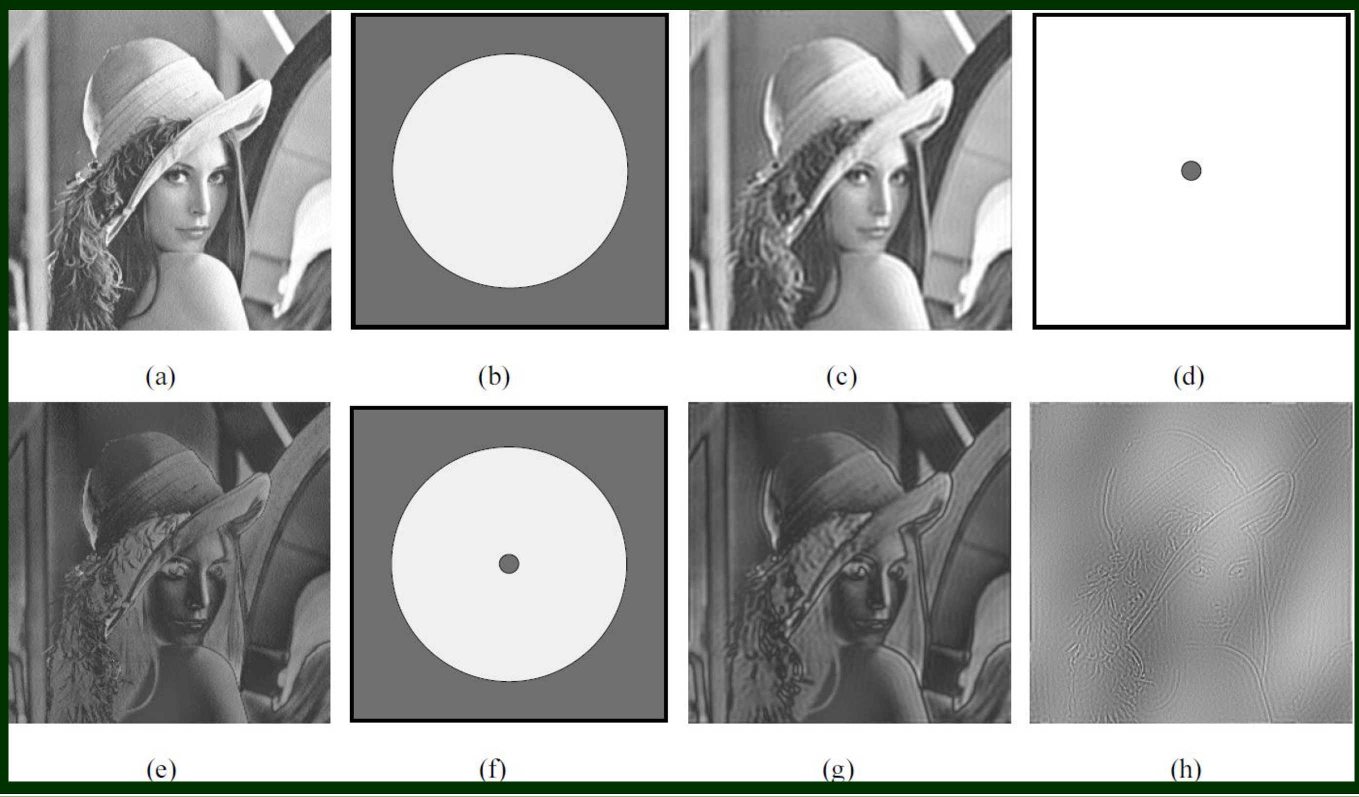
n阶放射对称的巴特沃斯带阻滤波器的转移函数为：

$$H(u,v)=\frac{\left[D^2(u,v)-D_0^2\right]^{2n}}{\left[D^2(u,v)-D_0^2\right]^{2n}+\left[D(u,v)W\right]^{2n}}$$

4.4 带通带阻滤波器

带通和带阻滤波器的关系

带通滤波器和带阻滤波器是互补的



4.4 带通带阻滤波器

陷波滤波器

阻止/通过以某个频率为中心的邻域里的频率

理想带阻陷波滤波器

$$H(u,v)=\begin{cases}0, & \text{若 } D(u,v)\leqslant D_0\\ 1, & \text{若 } D(u,v)>D_0\end{cases}$$

$$D(u,v)=\left[(u-u_0)^2+(v-v_0)^2\right]^{\frac{1}{2}}$$

两两对称地工作

$$H(u,v)=\begin{cases}0, & \text{若 } D_1(u,v)\leqslant D_0 \text{或} D_2(u,v)\leqslant D_0\\ 1, & \text{其他}\end{cases}$$

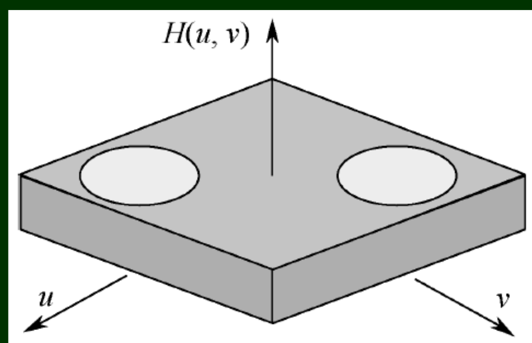
$$D_1(u,v)=\left[(u-u_0)^2+(v-v_0)^2\right]^{\frac{1}{2}}$$

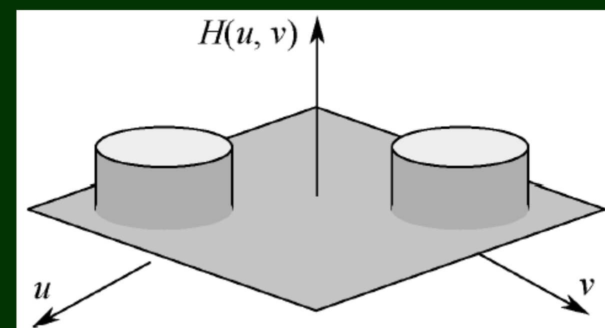
$$D_2(u,v)=\left[(u+u_0)^2+(v+v_0)^2\right]^{\frac{1}{2}}$$

4.4　带通带阻滤波器

陷波滤波器

理想带阻陷波滤波器　　理想带通陷波滤波器





n阶巴特沃斯带阻陷波滤波器

$$H(u,v)=\frac{1}{1+\left[\dfrac{D_0^2}{D_1(u,v)D_2(u,v)}\right]^n}$$

高斯带阻陷波滤波器

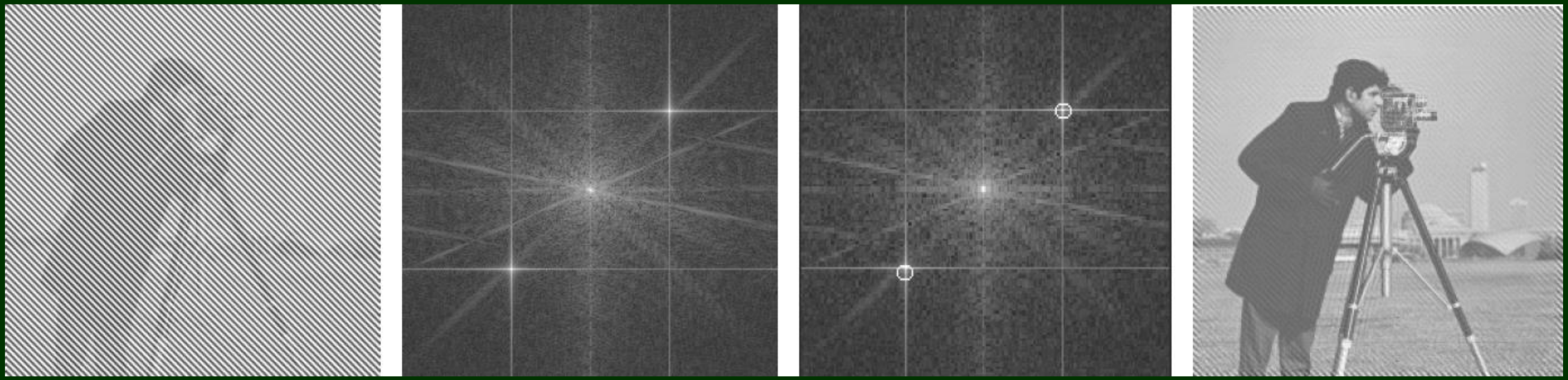
$$H(u,v)=1-\exp\left[-\frac{1}{2}\frac{D_1(u,v)D_2(u,v)}{D_0^2}\right]$$

4.4 带通带阻滤波器

交互消除周期噪声

周期噪声：频率固定，空间位置随机

在噪声图像频谱幅度图中每个亮点位置放一个带阻滤波器（以消除正弦干扰为例）



噪声图像　频谱幅度　带阻滤波　消噪结果

4.4 带通带阻滤波器

交互消除周期噪声

需要在频率域里对应每个亮点的位置放一个带通滤波器$H(u, v)$

$$P(u,v) = H(u,v)G(u,v)$$

通过观察$G(u, v)$的频谱显示来交互地确定滤波器

$$p(x,y) = \mathcal{F}^{-1}\left[H(u,v)G(u,v)\right]$$

从$g(x, y)$中减去$p(x, y)$就可得到$f(x, y)$

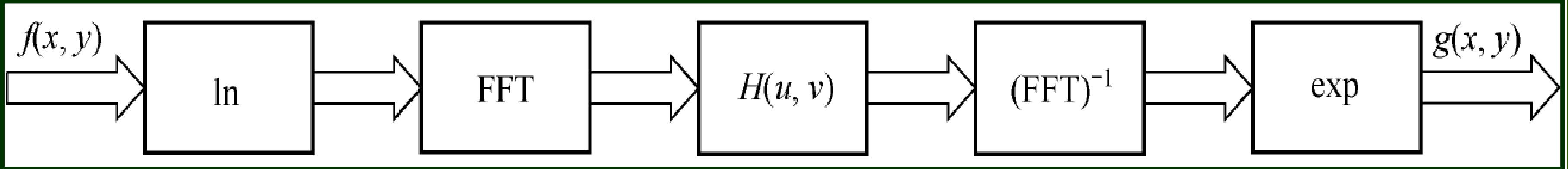
$$f_{\mathrm{e}}(x,y) = g(x,y) - w(x,y)p(x,y)$$

4.5 同态滤波器

同态滤波是一种在频域中同时压缩图像亮度范围、增强图像对比度的方法。同态滤波也可用于消除图像中的乘性噪声

同态滤波流程

将一幅图像$f(x, y)$表示成照度分量$i(x, y)$与反射分量$r(x, y)$的乘积，把它们分离开并分别进行滤波



4.5 同态滤波器

同态滤波流程

（1）先对式（2-3）的两边同时取对数，即

$$\ln f(x,y)=\ln i(x,y)+\ln r(x,y)$$

（2）对式（4-35）两边进行傅里叶变换，得

$$F(u,v)=I(u,v)+R(u,v)$$

（3）用函数 $H(u, v)$处理 $F(u, v)$，得

$$H(u,v)F(u,v)=H(u,v)I(u,v)+H(u,v)R(u,v)$$

（4）将处理结果反变换到空域中，得

$$h_f(x,y)=h_i(x,y)+h_r(x,y)$$

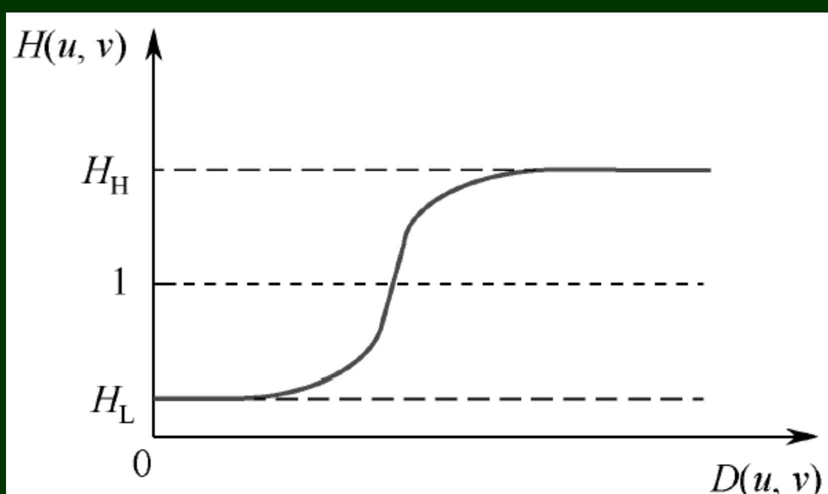
4.5 同态滤波器

同态滤波流程

（5）再将式(4-38)的两边取指数，得

$$g(x,y)=\exp\left|h_f(x,y)\right|=\exp\left|h_i(x,y)\right|\exp\left|h_r(x,y)\right|$$

同态滤波函数：



减少低频分量（照度分量），压缩了图像整体的动态范围

加强高频分量（反射分量），增加了图像相邻各部分之间的对比度

4.5 同态滤波器

同态滤波消噪

带有噪声的图像$g(x, y)$为

$$g(x,y)=f(x,y)\left[1+n(x,y)\right]$$

噪声$n(x, y)$且满足$|n(x, y)| << 1$

两边同取对数

$$\ln g(x,y)=\ln f(x,y)+\ln\left[1+n(x,y)\right]\approx \ln f(x,y)+n(x,y)$$

同态滤波原理可用时的噪声模型

$$g(x,y)=H^{-1}\left\{H\left[f(x,y)\right]+N(u,v)\right\}$$

4.6 各节要点和可参考的文献

1 傅里叶变换和频域增强

2 频域低通滤波器

3 频域高通滤波器

4 带通带阻滤波器

5 同态滤波器

<u>自 我 检 测 题</u>