# 2D计算机视觉

## 原理、算法及应用


# 第11章 纹理描述方法

纹理是图像分析中的常用概念，但目前尚无正式的（或者说尚无一致的）定义

纹理描述可以提供区域的许多特性，主要反映物体表面的性质

纹理由许多相互接近、互相编织的元素构成，常富有周期性

常用的3种纹理描述方法是：统计法、结构法、频谱法


# 第11章 纹理描述方法

11.1 纹理的统计描述

11.2 纹理的结构描述

11.3 纹理的频谱描述


# 11.1 纹理的统计描述

## 共生矩阵

统计图像（包括像素位置和像素值）的信息

设$S$为目标区域$R$中具有特定空间联系的像素对的集合，则共生矩阵$\boldsymbol{P}$可定义为：

$$P(g_1, g_2) = \frac{\#\left\{\left[(x_1, y_1), (x_2, y_2)\right] \in S \mid f(x_1, y_1) = g_1 \;\&\; f(x_2, y_2) = g_2\right\}}{\# S}$$

等号右边的分子是具有某种空间关系、灰度值分别为$g_1$和$g_2$的像素对的总个数，分母为像素对的总个数（#代表数量）。这样得到的$\boldsymbol{P}$是归一化的


# 11.1 纹理的统计描述

## 共生矩阵

为利用空间信息，可借助位置算子

定义位置算子$W$表示“向右1个像素和向下1个像素”的位置关系：

$$\begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{matrix} \qquad \boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

设满足$W$的像素对的总个数为$N$，则将$\boldsymbol{A}$的每个元素都除以$N$


# 11.1 纹理的统计描述

## 基于共生矩阵的纹理描述符

假设如下的共生矩阵元素组合

$$\boldsymbol{P}_x(i) = \sum_{j=1}^{N} \boldsymbol{P}(i,j) \quad i = 1, 2, \cdots, N$$

$$\boldsymbol{P}_y(j) = \sum_{i=1}^{N} \boldsymbol{P}(i,j) \quad j = 1, 2, \cdots, N$$

$$\boldsymbol{P}_{x+y}(k) = \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} \boldsymbol{P}(i,j) \quad k = i + j = 2, 3, \cdots, 2N$$

$$\boldsymbol{P}_{x-y}(k) = \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} \boldsymbol{P}(i,j) \quad k = |i - j| = 0, 1, \cdots, N-1$$

可进一步得到如下14个纹理描述符


# 11.1 纹理的统计描述

## 基于共生矩阵的纹理描述符

（1）角二阶矩：

$$W_1 = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} \boldsymbol{P}^2(i, j)$$

（2）对比度（反差）：

$$W_2 = \sum_{t=0}^{N-1} t^2 \left[\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} \boldsymbol{P}(i, j)\right] \quad |i-j| = t$$

（3）相关性：

$$W_3 = \frac{1}{\sigma_x \sigma_y}\left[\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} ij\boldsymbol{P}(i, j) - \mu_x \mu_y\right]$$


# 11.1 纹理的统计描述

## 基于共生矩阵的纹理描述符

（4）差分矩：

$$W_4 = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}(i-\mu)^2 \boldsymbol{P}(i,j) = \sum_{i=1}^{N}(i-\mu)^2 \boldsymbol{P}_x(i)$$

（5）逆差分矩（均匀性）：

$$W_5 = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}\frac{1}{1+(i-j)^2}\boldsymbol{P}(i,j)$$

（6）和平均：

$$W_6 = \sum_{i=2}^{2N} i\boldsymbol{P}_{x+y}(i)$$


# 11.1 纹理的统计描述

## 基于共生矩阵的纹理描述符

（7）和方差：

$$W_7 = \sum_{i=2}^{2N} (i - W_6) \boldsymbol{P}_{x+y}(i)$$

（8）和熵：

$$W_8 = -\sum_{i=2}^{2N} \boldsymbol{P}_{x+y}(i) \log\left[\boldsymbol{P}_{x+y}(i)\right]$$

（9）熵：

$$W_9 = -\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} \boldsymbol{P}(i,j) \log\left[\boldsymbol{P}(i,j)\right]$$


# 11.1 纹理的统计描述

## 基于共生矩阵的纹理描述符

（10）差方差：

$$W_{10}=\sum_{i=2}^{2N}(i-d)^2\boldsymbol{P}_{x-y}(i)$$

（11）差熵：

$$W_{11}=-\sum_{i=2}^{2N}\boldsymbol{P}_{x-y}(i)\log\left[\boldsymbol{P}_{x-y}(i)\right]$$

（12）相关信息测度 1：

$$W_{12}=\frac{W_9-E_1}{\max(E_x,E_y)}$$


# 11.1 纹理的统计描述

## 基于共生矩阵的纹理描述符

（13）相关信息测度 2：

$$W_{13} = \sqrt{1 - \exp\left[-2(E_2 - W_9)\right]}$$

（14）最大相关系数：

最大相关系数 $W_{14}$ 为矩阵 $\boldsymbol{R}$ 的第 2 个最大特征值。

$$\boldsymbol{R}(i, j) = \sum_{k=1}^{N} \frac{\boldsymbol{P}(i,k)\boldsymbol{P}(j,k)}{\boldsymbol{P}_x(i)\boldsymbol{P}_y(j)}$$


# 11.1 纹理的统计描述

## 基于能量的纹理描述符

通过利用模板（也称为核）计算局部纹理能量，可获得灰度变化的信息

模板尺寸为$k \times k$，对应第$n$个模板的纹理图像

$$T_n(x,y) = \frac{1}{k_2} \sum_{i=-\frac{(k-1)}{2}}^{\frac{(k-1)}{2}} \sum_{j=-\frac{(k-1)}{2}}^{\frac{(k-1)}{2}} \left| g_n(x+i, y+j) \right|$$

对应每个像素位置$(x, y)$，都有一个纹理特征矢量$[T_1(x, y) \quad T_2(x, y) \quad \ldots \quad T_N(x, y)]^{\mathrm{T}}$


# 11.1 纹理的统计描述

## 基于能量的纹理描述符

令$L$代表层（level），$E$代表边缘（edge），$S$代表形状（shape），$W$代表波（wave），$R$代表纹（ripple），$O$代表震荡（oscillation），则可得到各种1-D的模板

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{L}_5 &= [\ 1 \quad 4 \quad 6 \quad 4 \quad 1\ ] \\
\boldsymbol{E}_5 &= [-1 \quad -2 \quad 0 \quad 2 \quad 1\ ] \\
\boldsymbol{S}_5 &= [-1 \quad 0 \quad 2 \quad 0 \quad -1] \\
\boldsymbol{W}_5 &= [-1 \quad 2 \quad 0 \quad -2 \quad 1\ ] \\
\boldsymbol{R}_5 &= [\ 1 \quad -4 \quad 6 \quad -4 \quad 1\ ]
\end{aligned}
$$


# 11.2 纹理的统计描述

在描述纹理的结构法中，纹理被看作一组纹理基元以某种规则的或重复的关系结合的结果

## 结构描述法基础

结构法的关键有两个，一是确定纹理基元；二是建立排列规则

**纹理基元**：一组属性刻画的相连通的像素集合。最简单的基元就是像素，其属性就是其灰度。比它复杂一点的基元是一组具有均匀性质并且相连通的像素集合


# 11.2 纹理的统计描述

## 结构描述法基础

设用$h(x, y)$表示纹理基元，用$r(x, y)$表示排列规则，则纹理$t(x, y)$可表示为：

$$t(x,y) = h(x,y) \otimes r(x,y)$$

根据卷积定理，在频域有：

$$T(u,v) = H(u,v)R(u,v)$$

给定对纹理基元$h(x, y)$的描述，可以推导反卷积滤波器$H^{-1}(u, v)$

$$R(u,v) = \frac{T(u,v)}{H(u,v)}$$


# 11.2 纹理的统计描述

## 结构描述法基础

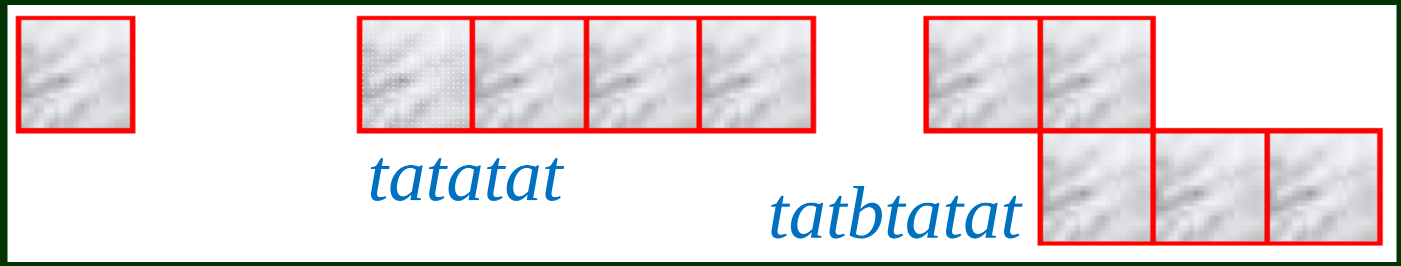
**排列规则：** 可用形式语法来定义

（1）$S \rightarrow aS$（变量$S$可用$aS$来替换）

（2）$S \rightarrow bS$（变量$S$可用$bS$来替换）

（3）$S \rightarrow tS$（变量$S$可用$tS$来替换）

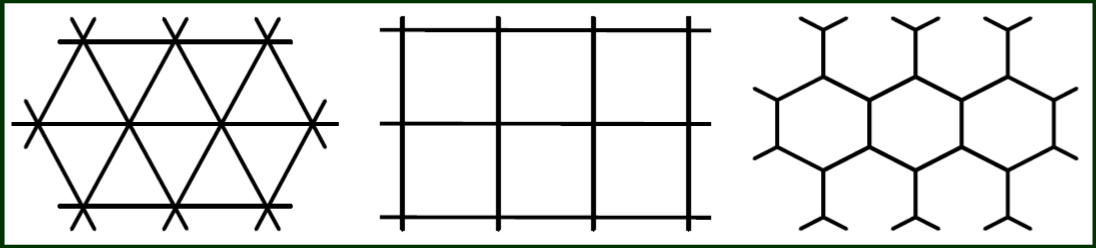
（4）$S \rightarrow t$（变量$S$可用$t$来替换）



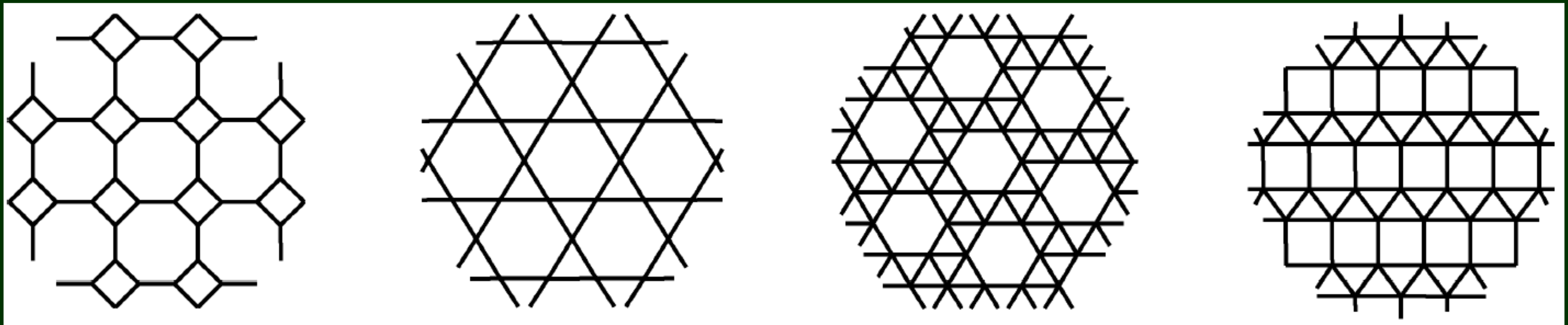
# 11.2 纹理的统计描述

## 纹理镶嵌

正多边形镶嵌



半规则镶嵌

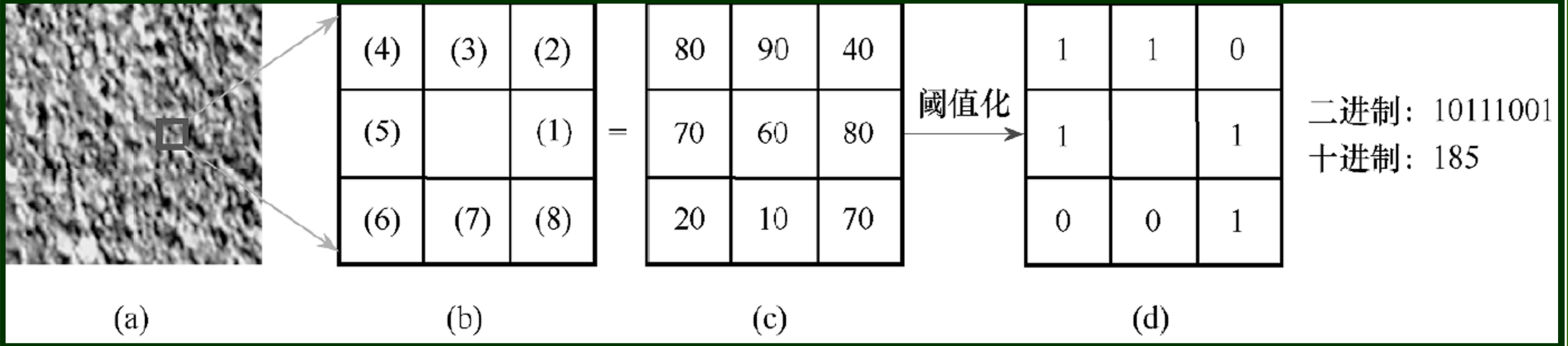


(4, 8, 8)　(3, 6, 3, 6)　(3, 3, 3, 3, 6)　(3, 3, 3, 4, 4)


# 11.2 纹理的统计描述

## 局部二值模式

**构建要点：**(a)取像素邻域， (b)将邻域像素的顺序编号， (c)表示像素的灰度值，阈值化邻域里的像素，(d)得到一幅二值图，按顺序得到各像素二进制的标号，也可换成十进制

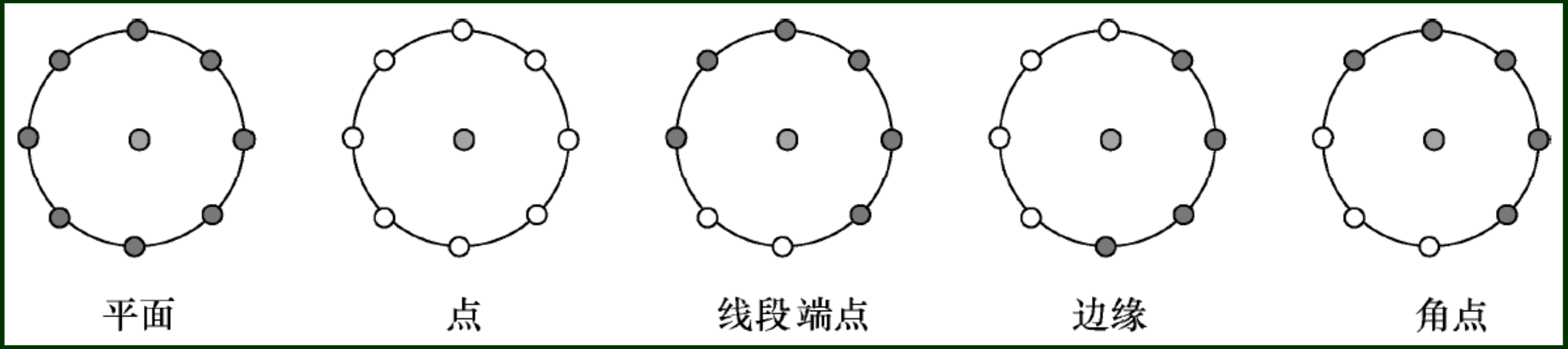



# 11.2 纹理的统计描述

## 局部二值模式

**均匀模式**：邻域中的像素按顺序循环，包含最多两个从0到1或从1到0的过渡

根据LBP的标号可以获得不同的局部基元，分别对应不同的局部纹理结构




# 11.3 纹理的频谱描述

## 傅里叶频谱

傅里叶频谱的频率特性可用来描述周期的或近乎周期的2-D图像纹理模式的方向性

**实际中，**把频谱转化到极坐标系里

频谱函数$S(r, \theta)$：对每个确定的方向$\theta$，$S(r, \theta)$是一个1-D函数$S_\theta(r)$；对每个确定的频率$r$，$S(r, \theta)$是一个1-D函数$S_r(\theta)$

$$S(r) = \sum_{\theta=0}^{\pi} S_\theta(r)$$

$$S(\theta) = \sum_{r=1}^{R} S_r(\theta)$$

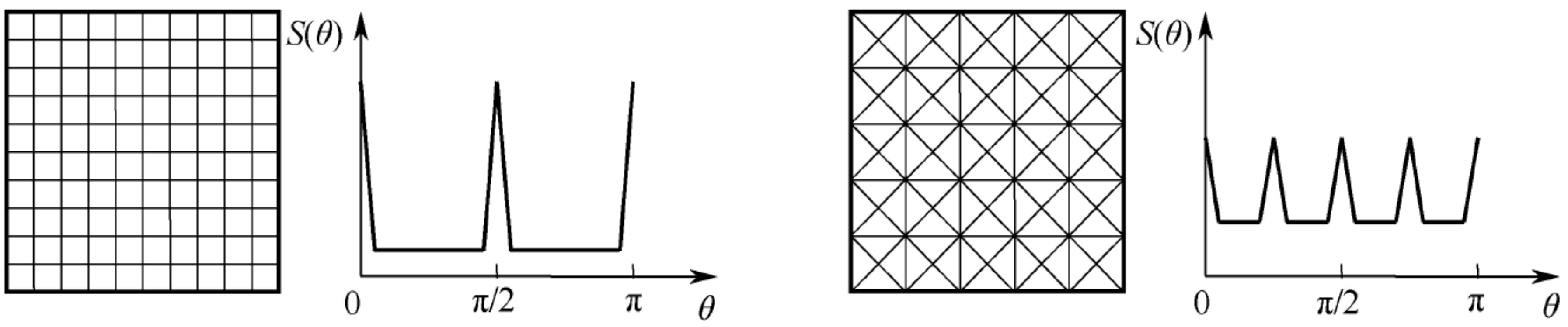
# 11.3 纹理的频谱描述

## 傅里叶频谱

$S(r)$和$S(\theta)$构成整个图像或图像区域纹理频谱能量的描述

$S(r)$：环特征（对$\theta$的求和路线是环状的）

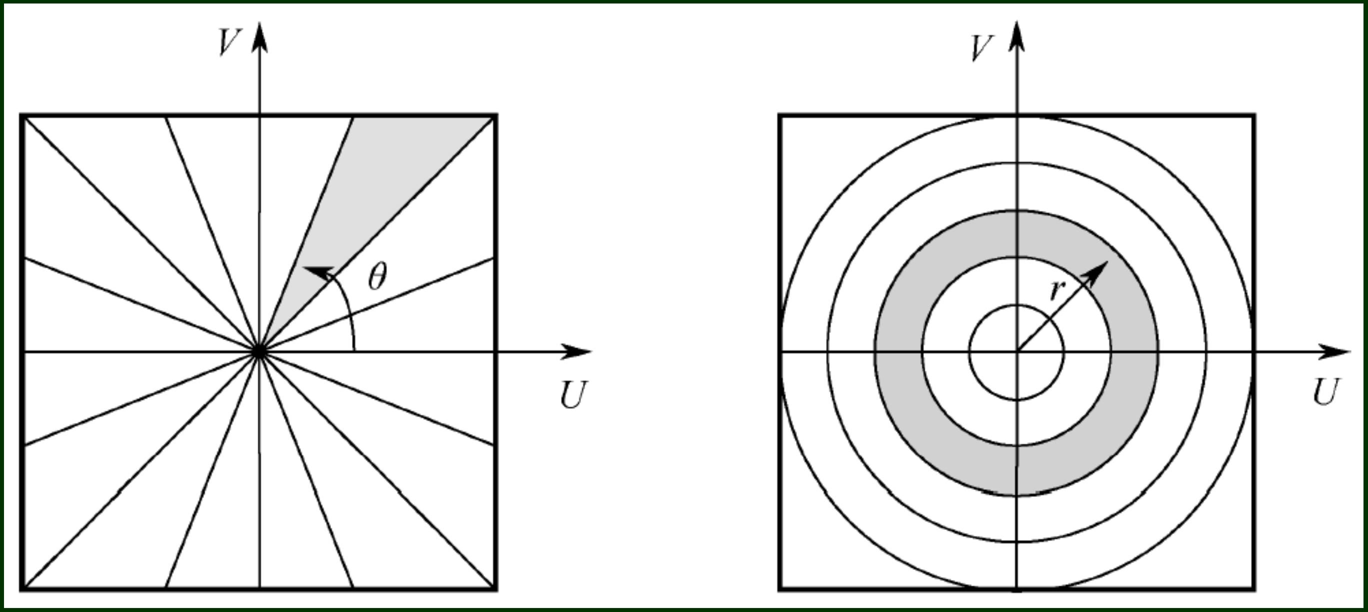
$S(\theta)$：楔特征（对$r$的求和路线是楔状的）



# 11.3 纹理的频谱描述

## 傅里叶频谱

确定特征时可将傅里叶空间分块，再分块计算能量。常用的有两种分块形式，即夹角型和放射型




# 11.3 纹理的频谱描述

## 贝塞尔-傅里叶频谱

将贝塞尔函数与傅里叶频谱相结合

$$G(R,\theta)=\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}\left[A_{m,n}\cos(m\theta)+B_{m,n}\sin(m\theta)\right]J_m Z_{m,n}\frac{R}{R_v}$$

$G(R,\ q)$是灰度函数（$q$为角度）；$A_{m,n}$，$B_{m,n}$是贝塞尔-傅里叶系数；$J_m$是第一类第$m$阶贝塞尔函数；$Z_{m,n}$是贝塞尔函数的零根；$R_v$是视场的半径

**进一步，**可得到以下几种重要的纹理特征：


# 11.3 纹理的频谱描述

## 贝塞尔-傅里叶频谱

（1）贝塞尔-傅里叶系数

贝塞尔-傅里叶变换的系数$A_{m,n}$和$B_{m,n}$

（2）灰度分布函数（灰度直方图）的矩

贝塞尔-傅里叶频谱$G(R, q)$的直方图的各阶矩

（3）部分旋转对称系数

$$C_R = \frac{\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty} H_{m,n} R^2 \cos(2\pi m / R) J_m^2 Z_{m,n}}{\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty} H_{m,n} R^2 J_m^2 Z_{m,n}}$$


# 11.3 纹理的频谱描述

## 贝塞尔-傅里叶频谱

（4）部分平移对称系数

$$C_T = \frac{\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}\left[H_{m,n}^2 J_m^2 Z_{m,n} - \left(A_{m,n}A_{m-1,n} + B_{m,n}B_{m-1,n}\right) J_m^2 Z_{m,n} \frac{\Delta R}{2R_v}\right]}{2\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty} H_{m,n}^2 J_m^2 Z_{m,n}}$$

（5）粗糙度

$$F_{\mathrm{crs}} = 4 - 2(C_R + C_T)$$

（6）对比度

$$F_{\mathrm{con}} = \frac{\mu_4}{\sigma^4}$$


# 11.3 纹理的频谱描述

## 贝塞尔-傅里叶频谱

（7）不平整度

与粗糙度和对比度有如下关系

$$F_{\text{rou}} = F_{\text{crs}} + F_{\text{con}}$$

（8）规则性

$$F_{\text{reg}} = \sum_{r=1}^{m} C_R + \sum_{t=1}^{n} C_T$$

一幅具有高度旋转对称和高度平移对称特点的图像具有很大的规则性


# 11.4 各节要点和可参考的文献

1 纹理的统计描述

2 纹理的结构描述

3 纹理的频谱描述

自 我 检 测 题