

# 2D计算机视觉

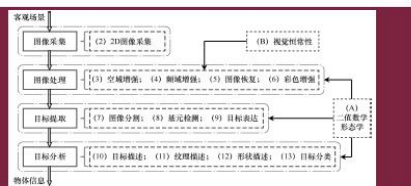
## 原理、算法及应用

计算机视觉  
丛书



### 2D计算机视觉

原理、算法及应用



2D COMPUTER VISION  
Principles, Algorithms and Applications

### 2D计算机视觉

原理、算法及应用

章毓晋 编著

电子工业出版社

2D COMPUTER VISION  
Principles, Algorithms and Applications

### 2D计算机视觉

原理、算法及应用

章毓晋 编著



责任编辑：朱雨萌  
封面设计：博雅锦



定价：149.00元

中国工信出版集团

电子工业出版社  
http://www.phei.com.cn



# 第12章 形状描述

人在观察场景中一个感兴趣的目标物体时，常能很快地发现它与周围环境的分界线，进而组成该物体的轮廓，并根据经验描述出它的外形（形状）

一个目标的形状可定义为该目标边界上的点所组成的模式

两种重要的形状性质：紧凑性和复杂性

基于离散曲率的描述符和基于拓扑学的物体形状描述方法



# 第12章 形状描述



12.1 形状紧凑性描述符

12.2 形状复杂性描述符

12.3 基于离散曲率的描述符

12.4 拓扑结构描述符



## 12.1 形状紧凑性描述符

紧凑性描述符基本上都对应目标的几何参数  
外观比

常用来描述目标塑性形变后的形状

$$R = \frac{L}{W}$$

$L$ 和 $W$ 分别是目标围盒的长和宽

对于方形或圆形目标， $R$ 值取到最小（为1）；对比较细长的目标， $R$ 的值大于1并随细长程度的增大而增加



# 12.1 形状紧凑性描述符

## 形状因子

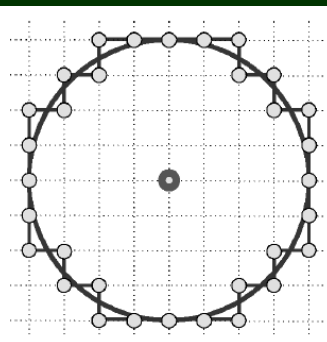
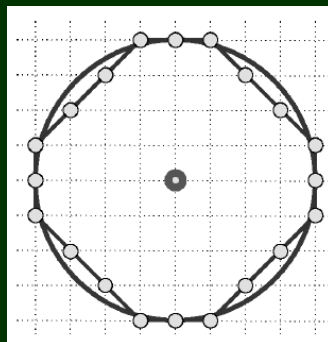
$$F = \frac{B^2}{4\pi A}$$

区域的周长 ( $B$ )

区域的面积 ( $A$ )

如果轮廓长度是按4-连通计算的, 则对正八边形区域,  $F$ 取最小值; 如果轮廓长度是按8-连通计算的, 则对正菱形区域,  $F$ 取最小值

$$F = \frac{(8 + 12\sqrt{2})^2}{4\pi \times 46} \approx 1.0787$$



$$F = \frac{32^2}{4\pi \times 52} \approx 1.5671$$



# 12.1 形状紧凑性描述符

## 偏心率

由转动惯量推导而来的偏心率计算方法  
中心处在坐标系原点的二阶曲面（锥面）

$$I = Ax^2 + By^2 + Cz^2 - 2Fyz - 2Gzx - 2Hxy$$

方向余弦为  $\alpha, \beta, \gamma$

$$r^2 (A\alpha^2 + B\beta^2 + C\gamma^2 - 2F\beta\gamma - 2G\gamma\alpha - 2H\alpha\beta) = r^2 I = 1$$

有三个互相垂直主轴的惯量椭球

惯量椭圆：任意两个主轴共面的剖面



# 12.1 形状紧凑性描述符

## 偏心率

两个主轴的斜率

$$k = \frac{1}{H} \left[ (A - B) - \sqrt{(A - B)^2 + 4H^2} \right]$$

$$l = \frac{1}{H} \left[ (A - B) + \sqrt{(A - B)^2 + 4H^2} \right]$$

两个半主轴长度

$$p = \sqrt{\frac{2}{(A + B) - \sqrt{(A - B)^2 + 4H^2}}}$$

$$q = \sqrt{\frac{2}{(A + B) + \sqrt{(A - B)^2 + 4H^2}}}$$

目标区域偏心率

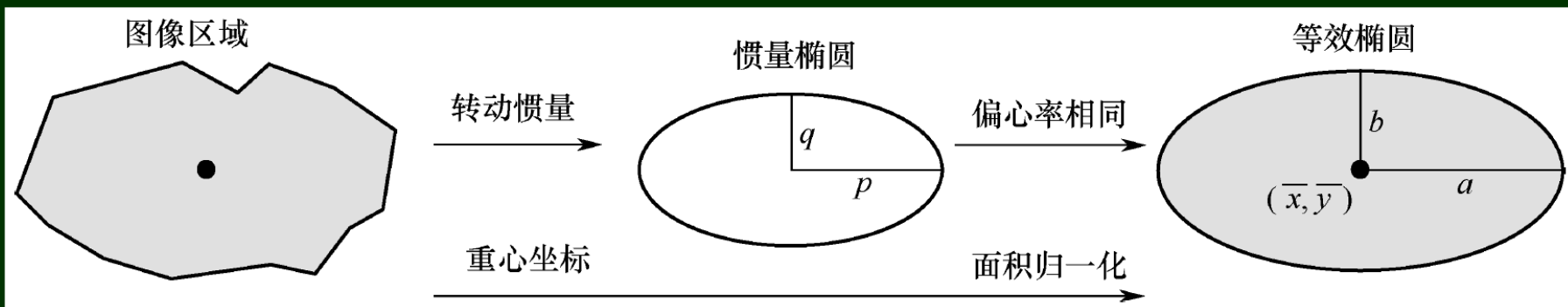
$$E = \frac{p}{q}$$



# 12.1 形状紧凑性描述符

## 偏心率

椭圆匹配法用于几何校正



等效椭圆长半轴

$$a = \sqrt{\frac{2 \left[ (A + B) - \sqrt{(A - B)^2 + 4H^2} \right]}{M}}$$

等效椭圆朝向角

$$\phi = \begin{cases} \arctan k, & \text{若 } A < B \\ \arctan l, & \text{若 } A > B \end{cases}$$





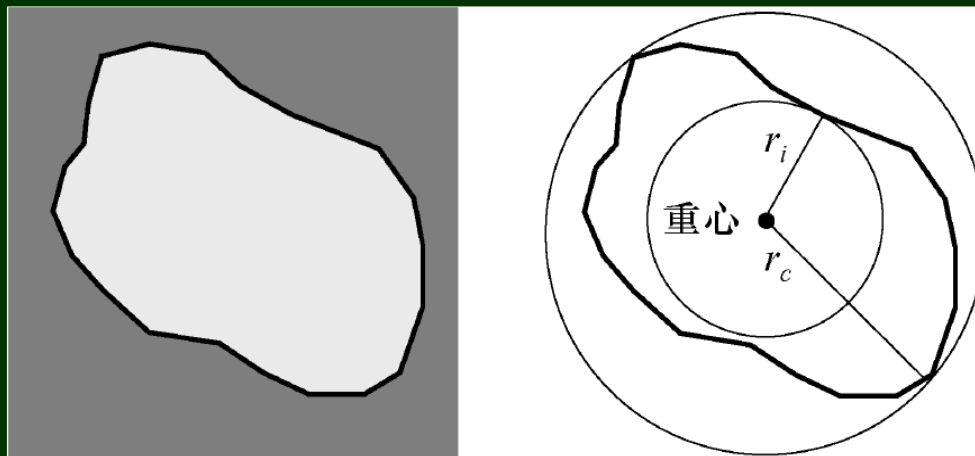
# 12.1 形状紧凑性描述符

## 球状性

一种描述2-D目标形状的参数

$$S = \frac{r_i}{r_c}$$

$r_i$ 代表区域内切圆的半径  
 $r_c$ 代表区域外接圆的半径



两个圆的圆心可以都在区域的重心上（也可以不在）



# 12.1 形状紧凑性描述符

## 圆形性

用区域 $R$ 的所有轮廓点定义（ $\mu_R$ 为从区域重心到轮廓点的平均距离， $\sigma_R$ 为从区域重心到轮廓点的距离的均方差）

$$\mu_R = \frac{1}{k} \sum_{k=0}^{K-1} \|(x_k, y_k) - (\bar{x}, \bar{y})\|$$
$$\sigma_R^2 = \frac{1}{k} \sum_{k=0}^{K-1} [\|(x_k, y_k) - (\bar{x}, \bar{y})\| - \mu_R]^2$$

圆形性 $C$ 当区域 $R$ 趋向圆形时是单增趋向无穷的，不受区域平移、旋转和尺度变化的影响



# 12.1 形状紧凑性描述符

## 描述符比较

表 12-1 一些特殊形状物体的形状紧凑性描述符

物 体	$R$	$F$	$E$	$S$	$C$
正方形 (边长为 1)	1	$4/\pi$ (约 1.273)	1	$\sqrt{2}/2$ (约 0.707)	9.102
正六边形 (边长为 1)	1.154	1.103	1.010	0.866	22.613
正八边形 (边长为 1)	1	1.055	1	0.924	41.616
长为 2、宽为 1 的长方形	2	1.432	2	0.447	3.965
长轴为 2、短轴为 1 的椭圆	2	1.190	2	0.500	4.412



## 12.2 形状复杂性描述符

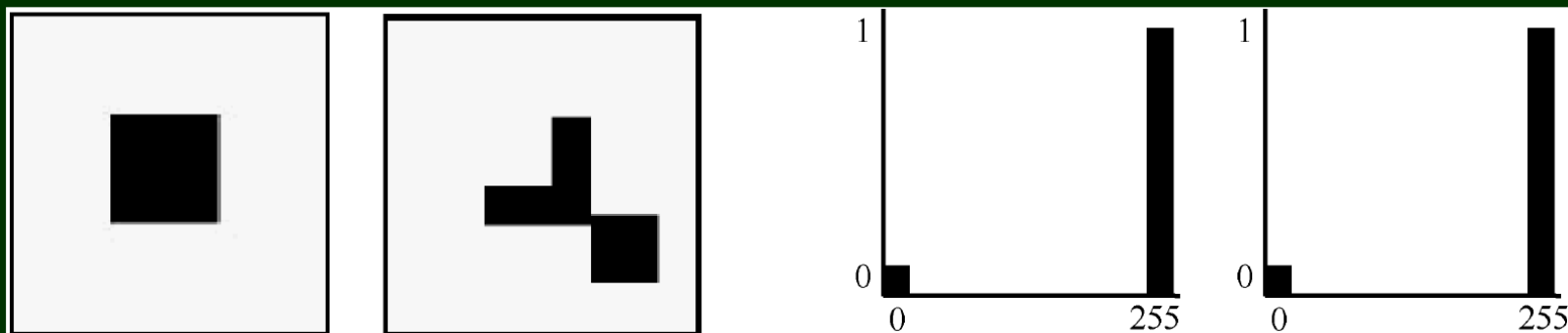
### 形状复杂度的简单描述符

- (1) 细度比例：形状因子的倒数， $4p(A/B^2)$
- (2) 面积周长比： $A/B$
- (3) 矩形度： $A/A_{\text{MER}}$ ，其中 $A_{\text{MER}}$ 代表目标围盒面积；矩形度反映的是目标的凹凸性
- (4) 到边界的平均距离： $A/m_R^2$
- (5) 轮廓温度：根据热力学原理得来，定义为 $T = \log_2[(2B)/(B-H)]$ ，其中 $H$ 为目标区域的凸包的周长

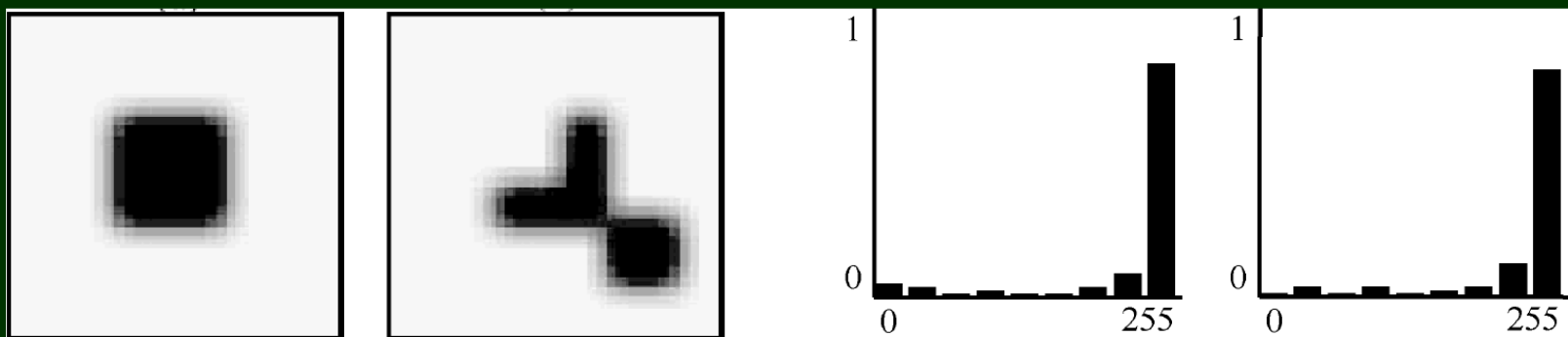
## 12.2 形状复杂性描述符

利用对模糊图的直方图分析来描述复杂度

平滑前直方图没区别



平滑后直方图有区别



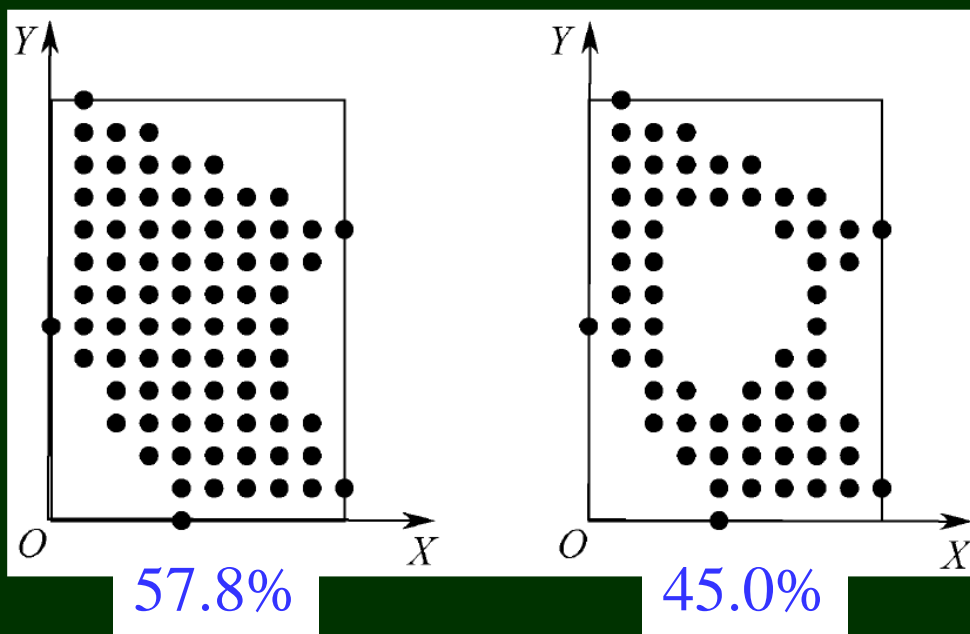


## 12.2 形状复杂性描述符

### 饱和度

目标在其围盒中的充满程度，在一定意义下反映了目标的紧凑性

属于目标的像素数与整个围盒所包含的像素数之比



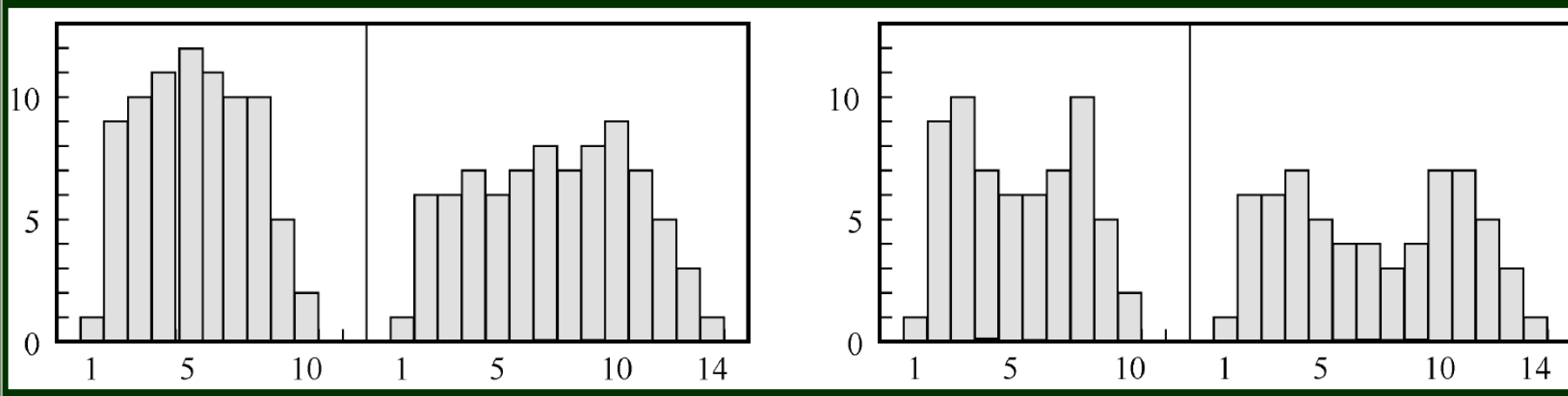


## 12.2 形状复杂性描述符

### 饱和度

上述对饱和度的统计类似于对直方图的统计，没有反映空间分布信息，所以并没有提供一般意义上的形状信息

考虑计算目标的投影直方图





## 12.3 基于离散曲率的描述符

### 曲率与几何特征

借助曲率可以刻画许多几何特性

曲 率	几何特征
连续零曲率	直线段
连续非零曲率	圆弧段
局部最大曲率绝对值	角点
局部最大曲率正值	凸角点
局部最大曲率负值	凹角点
曲率过零点	拐点
大的曲率平均绝对值或平方值	形状复杂性

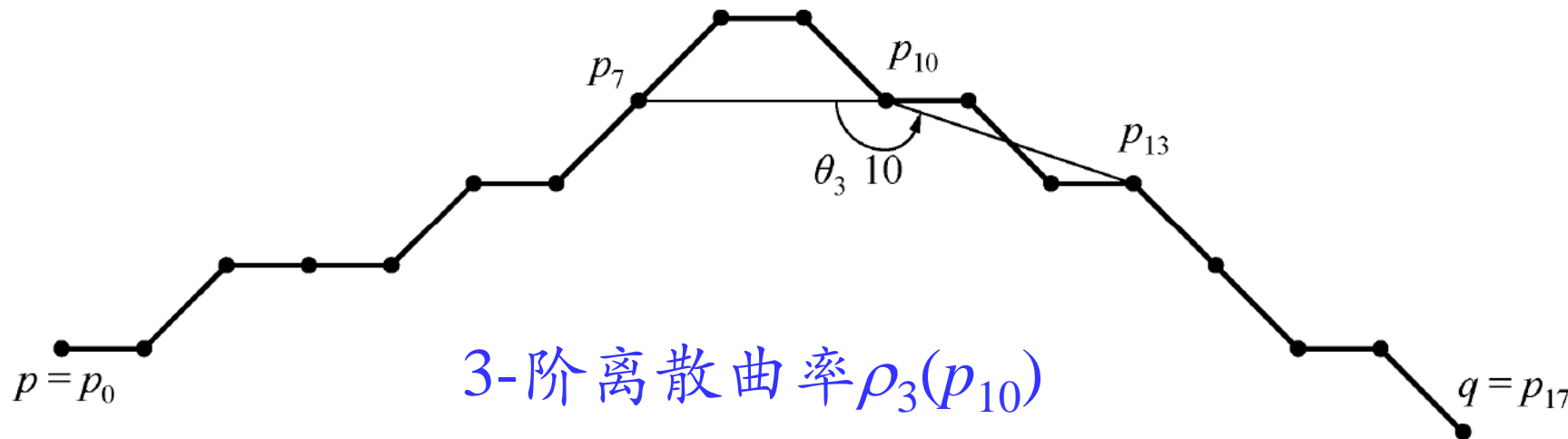




## 12.3 基于离散曲率的描述符

### 离散曲率

数字曲线：一个有序离散点序列，其中除曲线的两个端点像素各自只有一个近邻像素外，每个像素都恰好有两个近邻像素





## 12.3 基于离散曲率的描述符

### 离散曲率的计算

$$k(t) = \frac{x'(t)y''(t) - x''(t)y'(t)}{\left[ x'(t)^2 + y'(t)^2 \right]^{\frac{3}{2}}}$$

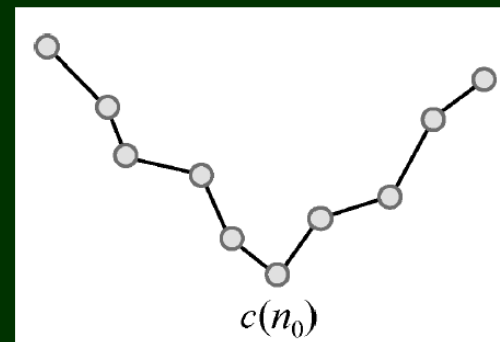
(1) 先对 $x(t)$ 和 $y(t)$ 进行采样，再求导数

一阶导数

$$\begin{cases} x'(n) = x(n) - x(n-1) \\ y'(n) = y(n) - y(n-1) \end{cases}$$

二阶导数

$$\begin{cases} x''(n) = x'(n) - x'(n-1) \\ y''(n) = y'(n) - y'(n-1) \end{cases}$$



用B样条逼近采样点

$$\begin{aligned} x(t) &= a_1 t^3 + b_1 t^2 + c_1 t + d_1 \\ y(t) &= a_2 t^3 + b_2 t^2 + c_2 t + d_2 \end{aligned}$$



## 12.3 基于离散曲率的描述符

### 离散曲率的计算

计算上述参数曲线的导数，得到曲率

$$k = 2 \frac{c_1 b_2 - c_2 b_1}{[c_1^2 + c_2^2]^{\frac{3}{2}}}$$

$$\begin{cases} b_1 = \frac{1}{12}[(x_{n-2} + x_{n+2}) + 2(x_{n-1} + x_{n+1}) - 6x_n] \\ b_2 = \frac{1}{12}[(y_{n-2} + y_{n+2}) + 2(y_{n-1} + y_{n+1}) - 6y_n] \\ \begin{cases} c_1 = \frac{1}{12}[(x_{n-2} + x_{n+2}) + 4(x_{n-1} + x_{n+1})] \\ c_2 = \frac{1}{12}[(y_{n-2} + y_{n+2}) + 4(y_{n-1} + y_{n+1})] \end{cases} \end{cases}$$



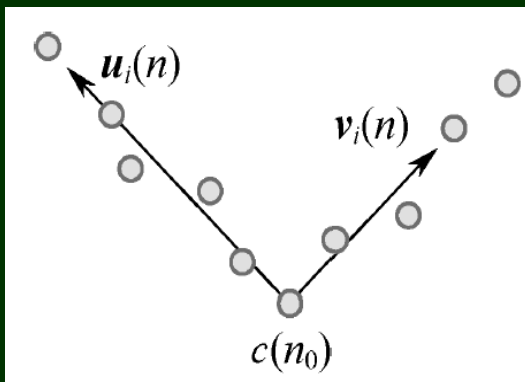
## 12.3 基于离散曲率的描述符

### 离散曲率的计算

(2) 利用矢量间夹角来定义等价的曲率测度  
定义两个矢量：

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_i(n) &= [x(n) - x(n-i) \quad y(n) - y(n-i)] \\ \mathbf{v}_i(n) &= [x(n) - x(n+i) \quad y(n) - y(n+i)] \end{aligned}$$

这两个矢量分别用点 $c(n_0)$ 和其前面的第 $i$ 个邻点，以及点 $c(n_0)$ 和其后面的第 $i$ 个邻点来确定



$\mathbf{u}_i(n)$ 和 $\mathbf{v}_i(n)$ 间  
夹角的余弦

$$r_i(n) = \frac{\mathbf{u}_i(n) \mathbf{v}_i(n)}{\|\mathbf{u}_i(n)\| \|\mathbf{v}_i(n)\|}$$



## 12.3 基于离散曲率的描述符

### 基于曲率的描述符

- (1) 曲率的统计直方图
- (2) 曲率值的最大点、最小点，拐点
- (3) 弯曲能：将直线段弯曲成特定形状的曲线所需的能量

$$\text{BE} = \sum_{t=1}^L k^2(t)$$

- (4) 对称测度

$$S = \int_0^L \left( \int_0^t k(l) dl - \frac{A}{2} \right) dt$$

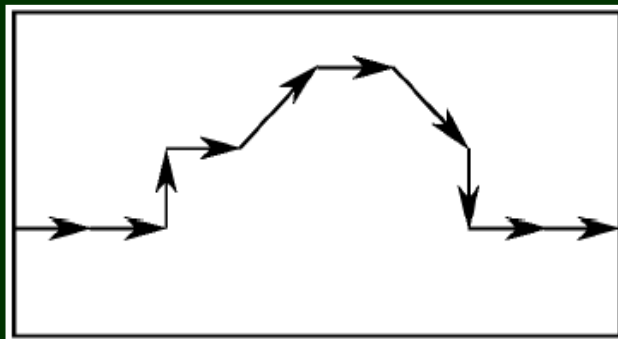


## 12.3 基于离散曲率的描述符

### 基于曲率的描述符

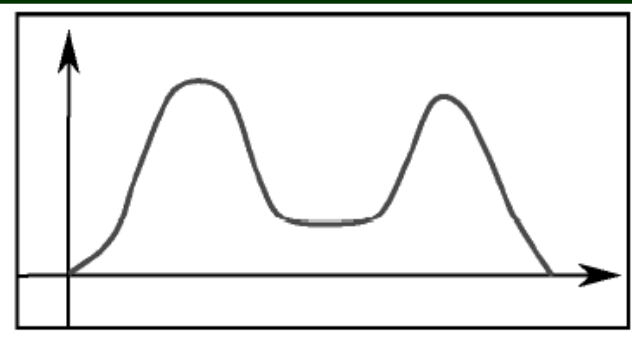
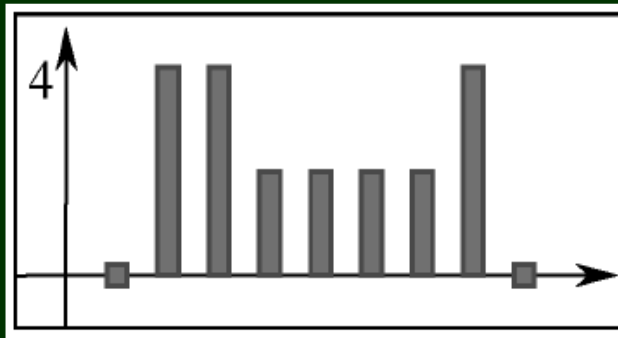
弯曲能计算示例：

边界段  
链码



各点  
曲率

曲率  
平方



平滑  
版本



## 12.4 拓扑结构描述符

**拓扑学：**研究图形不受畸变变形（不包括撕裂或粘贴）影响的性质。区域的拓扑性质既不依赖于距离，也不依赖于基于距离测量的其它特性

### 欧拉数

连通组元的个数 $C$ 和孔的个数 $H$ 的组合，描述的是区域的连通性

$-1, 2, 1, 0$

$$E = C - H$$

Bird



# 12.4 拓扑结构描述符

## 欧拉数

两个欧拉数

$$E_4(A) = C_4(A) - H_8(A)$$

$$E_8(A) = C_8(A) - H_4(A)$$

序 号	A	$C_4(A)$	$C_8(A)$	$H_4(A)$	$H_8(A)$	$E_4(A)$	$E_8(A)$
1		1	1	0	0	1	1
2		5	1	0	0	5	1
3		1	1	1	1	0	0
4		4	1	1	0	4	0
5		2	1	4	1	1	-3
6		1	1	5	1	0	-4
7		2	2	1	1	1	1





## 12.4 拓扑结构描述符

### 交叉数和连接数

根据像素 $q_i$ 为白或黑，赋值 $q_i = 0$ 或 $q_i = 1$

交叉数 $S_4(p)$ 表示在 $p$ 的8-邻域中4-连通组元的数目

$$S_4(p) = \prod_{i=0}^7 q_i + \frac{1}{2} \sum_{i=0}^7 |q_{i+1} - q_i|$$

连接数 $C_8(p)$ 表示在 $p$ 的8-邻域中8-连通组元的数目

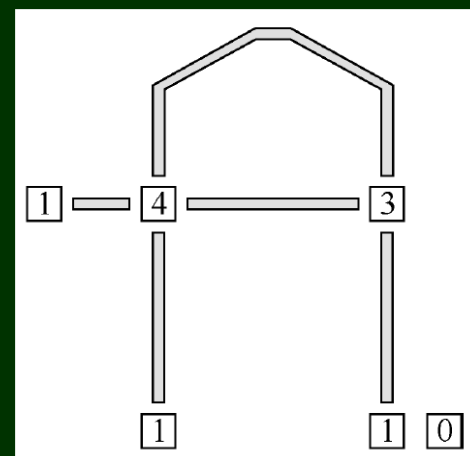
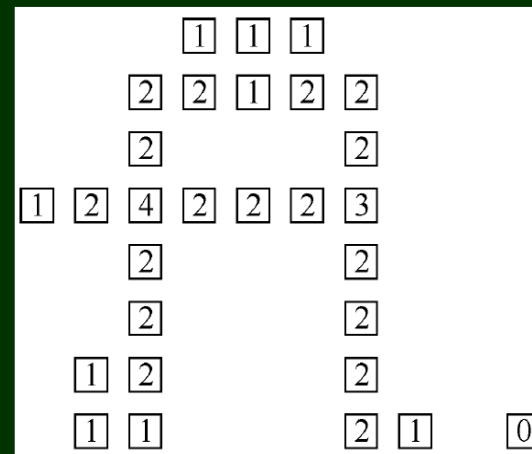
$$C_8(p) = q_0 q_2 q_4 q_6 + \sum_{i=0}^3 (\bar{q}_{2i} - \bar{q}_{2i} \bar{q}_{2i+1} \bar{q}_{2i+2})$$



# 12.4 拓扑结构描述符

## 交叉数和连接数

- (1)  $S_4(p) = 0$ , 孤立点
- (2)  $S_4(p) = 1$ , 端点或中间点
- (3)  $S_4(p) = 2$ , 保持 $C$ 的4-连通来说是必不可少的一个点
- (4)  $S_4(p) = 3$ , 分叉点
- (5)  $S_4(p) = 4$ , 交叉点





## 12.5 各节要点和可参考的文献

- 1 形状紧凑性描述符
- 2 形状复杂性描述符
- 3 基于离散曲率的描述符
- 4 拓扑结构描述符

自我检测题