

# 电磁信息论：基础与应用

戴凌龙

清华大学电子工程系

2023年4月2日

J. Zhu, Z. Wan, L. Dai, M. Debbah, and H. V. Poor, “**Electromagnetic information theory: Fundamentals, modeling, applications and open problems,**” *IEEE Wireless Commun.*, 2023.

# 从冰山效应讲起……

## ● 无线通信研究的不同视角

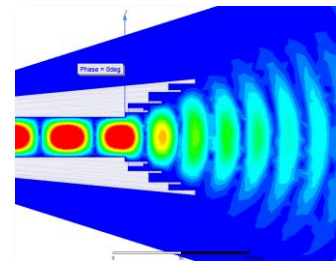
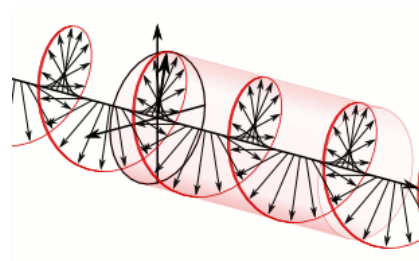
- 经典通信理论：将物理传输过程逐层封装、抽象，研究**数学刻画**的信息处理理论
- 电磁学理论：电磁波作为承载信息的载体，反映无线通信传输的**物理机理**



通信系统



电磁学



**电磁学**是否可以未来通信研究带来什么新启发



# 汇报提纲



**电磁信息论**

**电磁近场：位分多址**

**电磁干涉：全息RIS**

**报告小结**

# 什么是电磁信息论？

- **电磁信息论<sup>[1]</sup>**：融合确定性的**物理机理**与统计性的**数学规律**的交叉学科，为无线信息系统的性能评估和优化设计提供**理论基础**

**随机变量的熵：**

$$H(X) = \sum p(x) \log_2 \left( \frac{1}{p(x)} \right)$$

**随机变量的互信息：**

$$I(X; Y) = H(X) - H(X|Y)$$

**加性高斯噪声信道容量：**

$$C = \int_0^W \log \left( 1 + \frac{P(f)}{N(f)} \right) df$$



**高斯定律：**

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho$$

**高斯磁定律：**

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

**麦克斯韦-安培定律：**

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$$

**法拉第电磁感应定律：**

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

[1] J. Zhu, Z. Wan, L. Dai, M. Debbah, and H. V. Poor, "Electromagnetic information theory: Fundamentals, modeling, applications and open problems," *IEEE Wireless Commun.*, 2023.

# 电磁信息论中的信道建模

## ● 电磁场输入输出之间的关系

从发端**电流密度**到收端**电场强度**

电场强度      格林函数      电流密度

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \int_{V_s} \mathbf{G}(\mathbf{r}, \mathbf{s}) \mathbf{J}(\mathbf{s}) d\mathbf{s}, \quad \mathbf{r} \in V_r$$

考虑场噪声的收端**电场强度**       $\mathbf{Y}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}(\mathbf{r}) + \mathbf{N}(\mathbf{r}) \quad \mathbf{r} \in V_r$

## ● 其中的格林函数（空间冲激响应）

$$\text{格林函数: } \mathbf{G}(\mathbf{r}, \mathbf{s}) = \frac{j\kappa Z_0}{4\pi} \frac{e^{j\kappa\|\mathbf{r}-\mathbf{s}\|}}{\|\mathbf{r}-\mathbf{s}\|} \left( \mathbf{I} + \frac{\nabla_{\mathbf{r}} \nabla_{\mathbf{r}}^H}{\kappa^2} \right) \approx \frac{j\kappa Z_0}{4\pi} \frac{e^{j\kappa\|\mathbf{r}-\mathbf{s}\|}}{\|\mathbf{r}-\mathbf{s}\|} (\mathbf{I} - \hat{\mathbf{p}}\hat{\mathbf{p}}^H)$$

$$\hat{\mathbf{p}} = \frac{\mathbf{p}}{\|\mathbf{p}\|}$$

$$\mathbf{p} = \mathbf{r} - \mathbf{s}$$

成立条件：无边界条件，均匀介质，时谐场假设（单频点）

电磁信息论中的**信道模型**是由**格林函数**决定的**确定信道**

# 电磁信息论中的信号建模

- 源端**电流密度**自相关  $R_J(s_1, s_2) := \mathbb{E}[J(s_1)J^H(s_2)]$
- 接收端**电场强度**自相关  $R_E(r_1, r_2) := \mathbb{E}[E(r_1)E^H(r_2)]$
- 格林函数刻画了**源场转化**关系

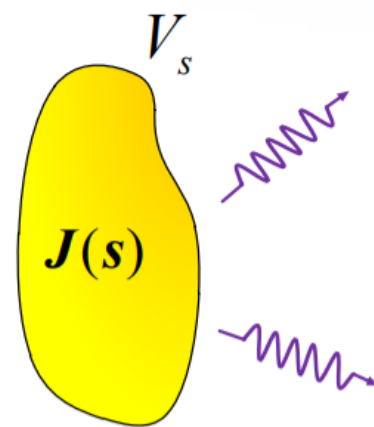
从**电流密度**到**电场强度**

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \int_{V_s} \mathbf{G}(\mathbf{r}, \mathbf{s}) \mathbf{J}(\mathbf{s}) d\mathbf{s}, \quad \mathbf{r} \in V_r.$$

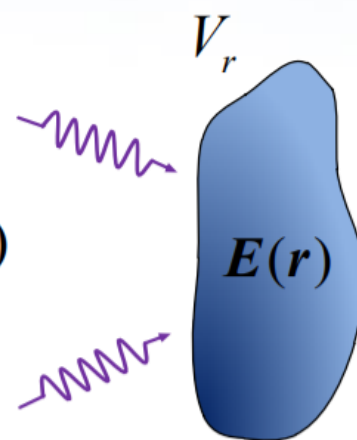
**源场自相关转化**关系

$$R_E(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \int_{V_s} \int_{V_s} \mathbf{G}(\mathbf{r}, \mathbf{s}) R_J(\mathbf{s}, \mathbf{s}') \mathbf{G}^H(\mathbf{r}, \mathbf{s}) d\mathbf{s} d\mathbf{s}'.$$

Source region



Destination region



$\mathbf{G}(\mathbf{r}, \mathbf{s})$

电磁信息论中的收发**信号模型**用**空域随机场**进行刻画

# 经典MIMO信息论 v.s. 电磁信息论

	经典MIMO信息论	电磁信息论
信道描述	数学信道	物理信道
信道特征	离散信道	连续信道
信道形式	矩阵	算子
信道分解	SVD矩阵分解, 特征向量	算子谱分解, 本征函数
信号建模	高斯随机向量	高斯随机场
噪声建模	i.i.d. 高斯白噪声	电磁有色噪声
容量计算	矩阵行列式	算子Fredholm行列式

建立了从离散域数学信道到连续域物理信道的迁移

# KL展开求互信息

- 通用的**互信息**求解方法：建立随机场模型，考虑接收端任意自相关
- **KL (Karhunen-Loeve) 展开**：获取任意随机场的正交基

$$R_E(r, r') = \int_0^L \int_0^L g(r, s) R_J(s, s') g^*(r', s') ds ds'.$$

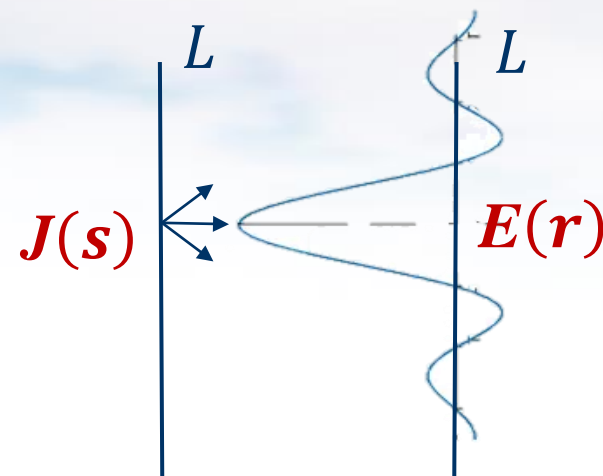
KL展开

$$R_E(r, r') = \sum_{k=1}^{+\infty} \lambda_k \phi_k(r) \phi_k(r'),$$

$$\lambda_k \phi_k(r') = \int_0^L R_E(r, r') \phi_k(r) dr; k > 0, k \in \mathbb{N}.$$

$$\int_0^L \phi_{k_1}(r) \phi_{k_2}(r) dr = \delta_{k_1 k_2}.$$

既保证基底的正交，  
又使得展开系数无关



	MIMO信息论	电磁信息论
互信息	$I = B \sum_{k=1}^N \log \left( 1 + \frac{\lambda_k}{n_0/2} \right)$	$I = B \sum_{k=1}^{+\infty} \log \left( 1 + \frac{\lambda_k}{n_0/2} \right)$



# Fredholm行列式求闭式互信息

- Fredholm行列式：**算子的行列式**，在物理学中有广泛应用，有完善的数值方法
- **白噪声**和**有色噪声**（空域意义下）下的互信息表达式

$$\lambda_k \phi_k(r') = \int_0^L R_E(r, r') \phi_k(r) dr; k > 0, k \in \mathbb{N}.$$

算子  $T_E$

矩阵

算子



互信息

$$\begin{aligned} I &= \sum_{k=1}^{+\infty} \log \left( 1 + \frac{\lambda_k}{n_0/2} \right) \\ &= \log \prod \left( 1 + \frac{\lambda_k}{n_0/2} \right) \\ &= \log \left( \det \left( T_I + \frac{T_E}{n_0/2} \right) \right) \end{aligned}$$

$E$  和  $Y = E + N$  之间互信息（白噪声）

$$I(E; Y) = \log \left( \det \left( T_I + \frac{T_E}{n_0/2} \right) \right)$$

$E$  和  $Y = E + N$  之间互信息（有色噪声）

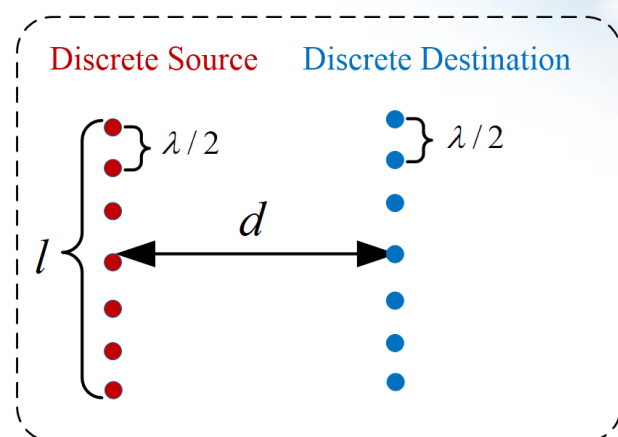
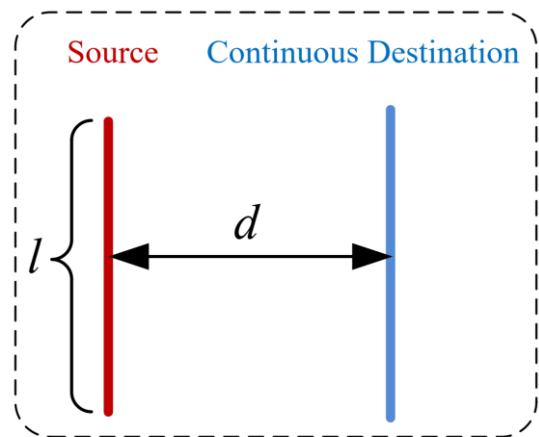
$$I(E; Y) = -\log \det \left( T_I - T_E (T_E + T_N)^{-1} \right)$$

从无穷求和到闭式表达

引入算子行列式获取带噪情况下的互信息闭式解

# 离散阵列MIMO与连续口面性能对比

- **离散阵列MIMO（半波长天线间距）能否逼近连续口面性能极限？**



$$I_1(J; Y) = \sum_{k=1}^{+\infty} \log \left( 1 + \frac{\lambda_k}{n_0/2} \right)$$

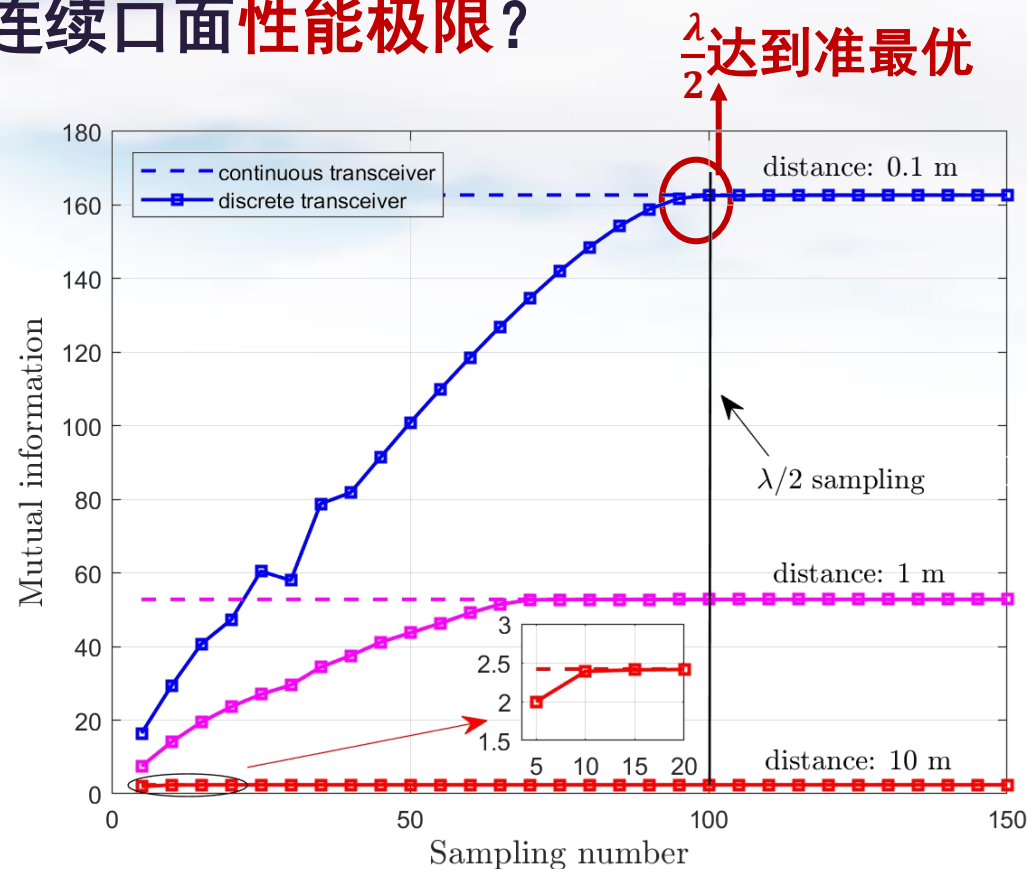
$$= \log \det \left( \mathbf{1} + \frac{T_E}{n_0/2} \right),$$

信噪比约束

$$I_2 = \log \left( \frac{\det(\mathbf{K}'_N + \mathbf{K}'_E)}{\det(\mathbf{K}'_N)} \right)$$

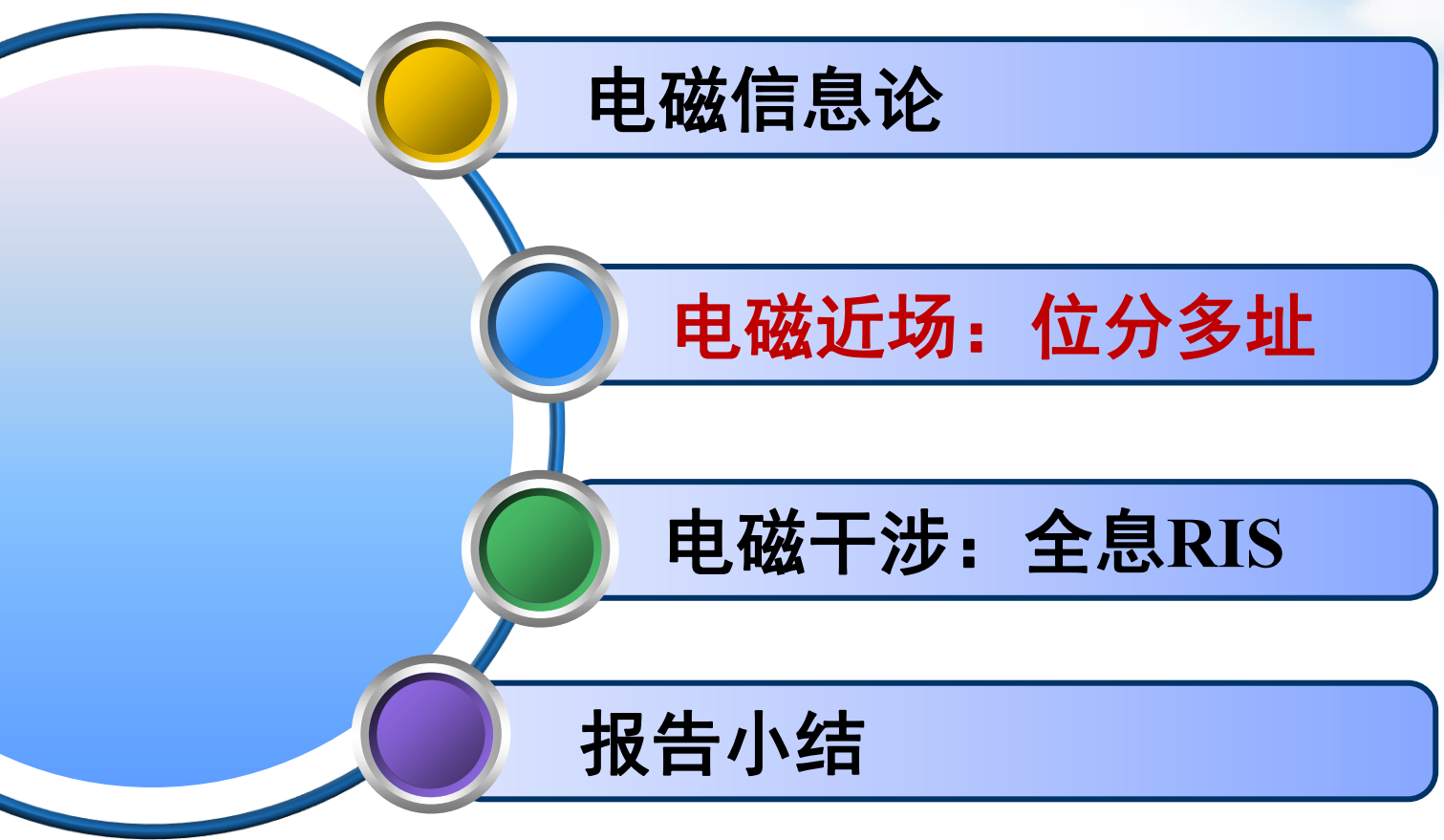
$$= \log \det \left( \mathbb{1}_{i=j} + \frac{K_E(r_i, r_j)}{n_1/2} \right)_{i,j=1}^m$$

$$\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{\lambda_k}{n_0/2} = \frac{\text{Tr} K_E(r_i, r_j)}{n_1/2}$$



**LoS径下，半波长采样可以达到准最优性能**

# 汇报提纲



电磁信息论

电磁近场：位分多址

电磁干涉：全息RIS

报告小结

# 电磁场传播特性的质变：近场通信

## ● 从大规模MIMO远场到超大规模MIMO近场

- 随着天线数提升，电磁场传播特性将发生本质变化，通信环境将由远场变为近场



表1. 瑞利距离（数据来源：文献[1]）

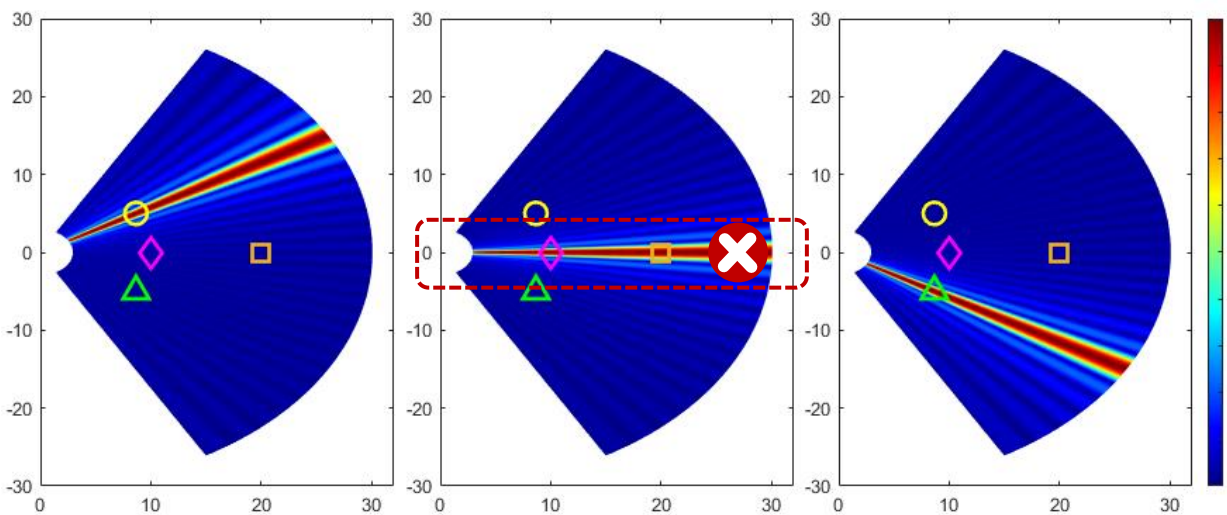
$f \backslash D$	0.1 m	0.5 m	1 m	3 m
3 GHz	0.21 m	5 m	20 m	180 m
28 GHz	1.9 m	47 m	187 m	/
142 GHz	9.0 m	237 m	/	/

**量变产生质变：超大规模MIMO系统引入近场通信特性**

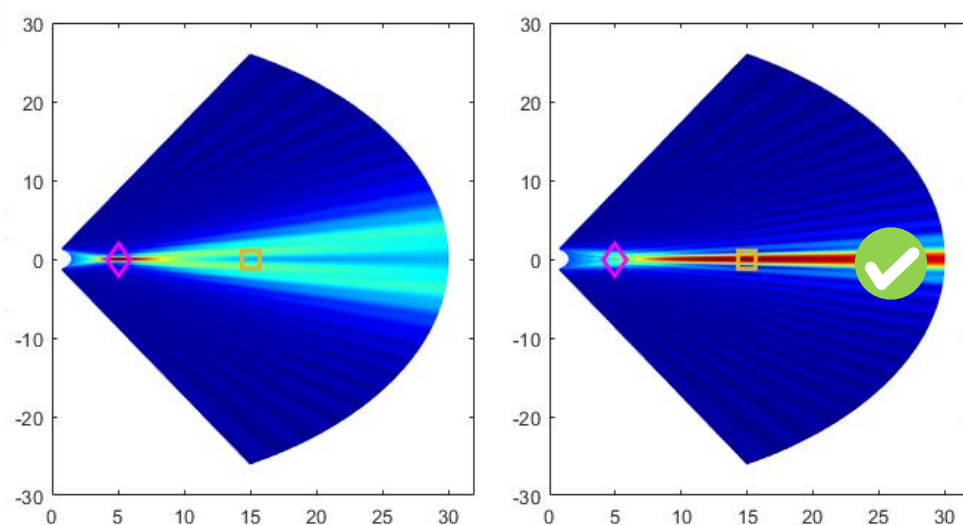
[1] A. Pizzo, L. Sanguinetti, and T. L. Marzetta, "Fourier plane-wave series expansion for holographic MIMO communications," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 21, no. 9, pp. 6890-6905, Sep. 2022.

# 利用近场波束聚焦特性抑制干扰

- **远场波束**：仅可聚焦在**特定角度**，同一角度用户间干扰严重
- **近场波束**：可聚焦在**特定空间位置**，有效抑制不同距离用户间通信干扰



远场波束



近场波束

利用近场波束聚焦特性，有望突破传统空分多址的局限

# 近场波束距离域渐近正交性

## ● 远场波束角度域渐近正交性

相位:  $\phi_n^{\text{far}}(\theta) = -\frac{2\pi}{\lambda}nd\theta$

信道相关性:  $f^{\text{far}} = |\mathbf{a}^H(\theta_1)\mathbf{a}(\theta_2)| = \frac{1}{N} \left| \frac{\sin(\frac{1}{2}Nkd(\sin\theta_1 - \sin\theta_2))}{\sin(\frac{1}{2}kd(\sin\theta_1 - \sin\theta_2))} \right|$

当天线数  $N \rightarrow \infty$ , 不同角度信道相关性  $f^{\text{far}} \rightarrow 0$  ( $\theta_1 \neq \theta_2$ )

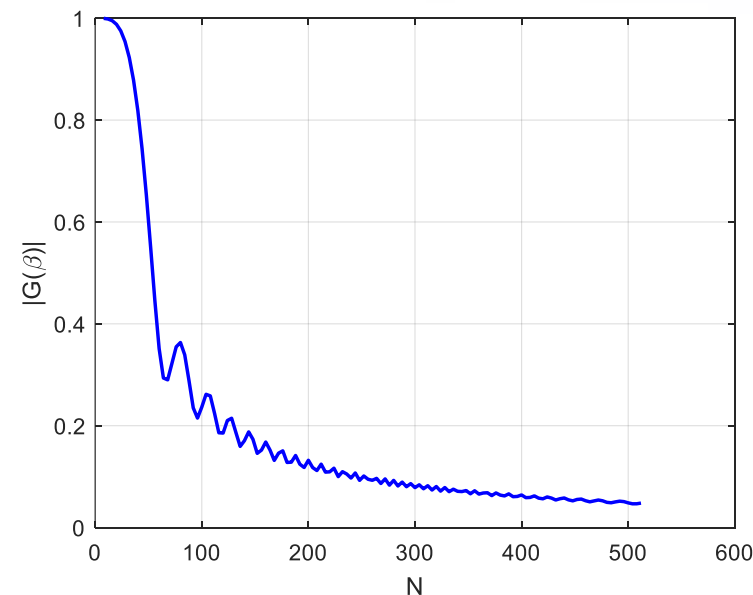
## ● 引理: 近场波束距离域渐近正交性

相位:  $\phi_n^{\text{near}}(\theta) = -\frac{2\pi}{\lambda}nd\theta + \frac{1-\theta^2}{\lambda r}\pi n^2 d^2$

信道相关性:  $f^{\text{near}} = |\mathbf{a}^H(\theta, r_1)\mathbf{a}(\theta, r_2)| \approx |G(\beta)| = \left| \frac{C(\beta) + jS(\beta)}{\beta} \right|$

其中  $\beta = \sqrt{\frac{N^2 d^2 (1-\theta^2)}{2\lambda} \left| \frac{1}{r} - \frac{1}{\bar{r}} \right|}$

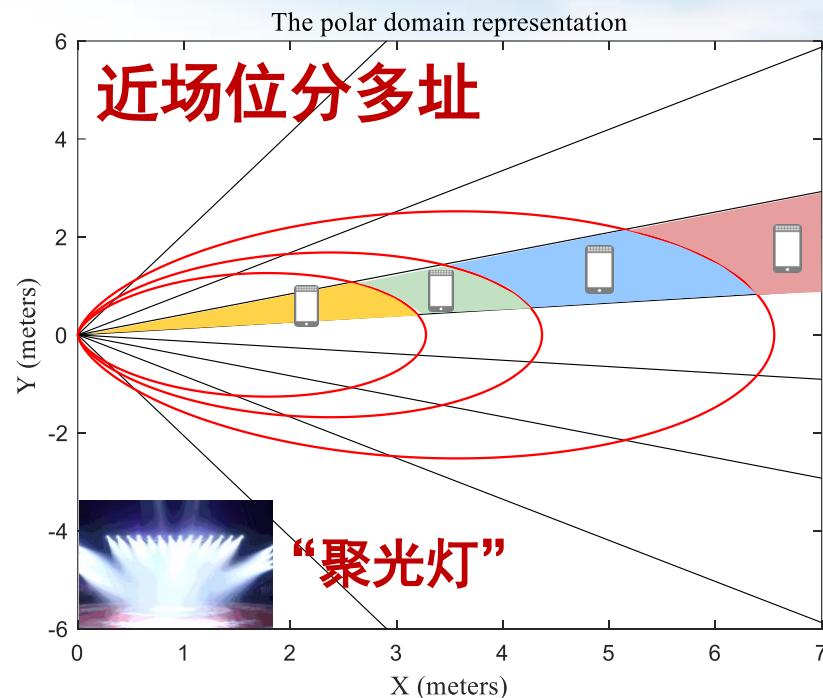
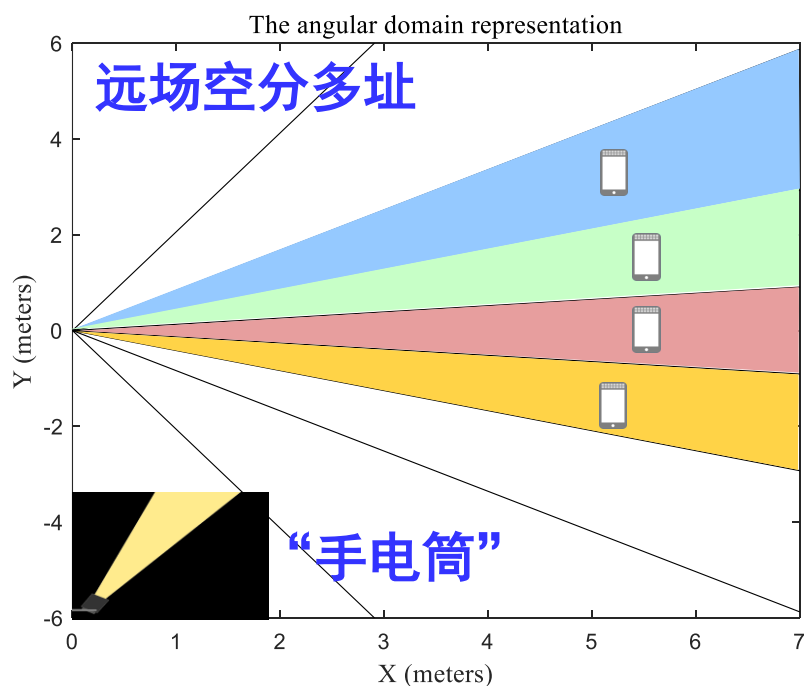
当天线数  $N \rightarrow \infty$ , 同角度不同距离信道相关性  $f^{\text{near}} \rightarrow 0$   
( $\forall \theta, r_1 \neq r_2$ )



距离域渐近正交性

# 远场空分多址 v.s. 近场位分多址

- **远场空分多址 (SDMA)** : 不同波束同时服务**不同角度**的用户
- **近场位分多址 (LDMA)** : 利用近场距离域渐近正交性, 同时服务**不同距离**用户

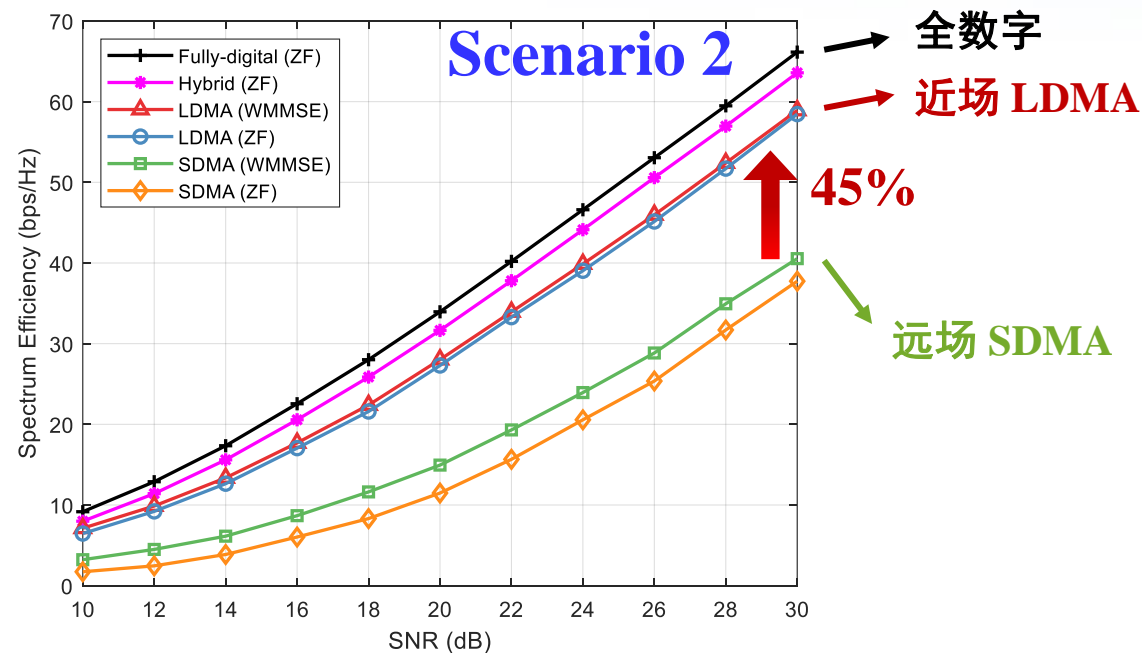
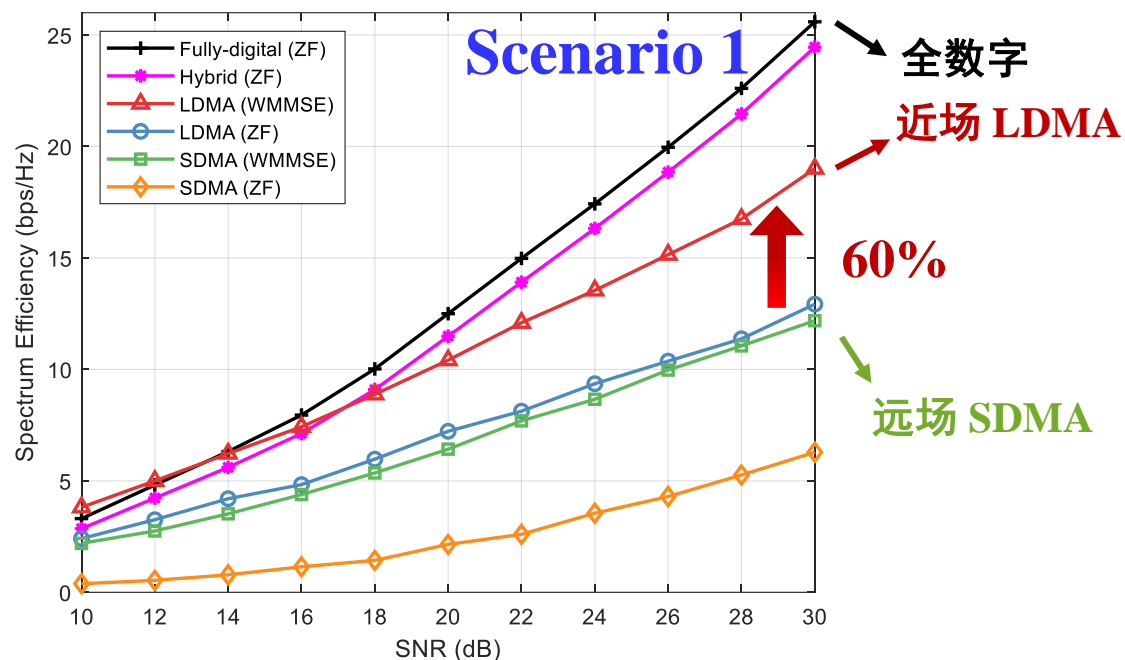


相比于远场空分多址, 近场位分多址可为提升频谱效率提供一种新的技术路径

# 仿真结果

- 仿真场景1：用户**线性分布**在同一角度、不同距离的区域
- 仿真场景2：用户**均匀分布**在扇形小区范围内

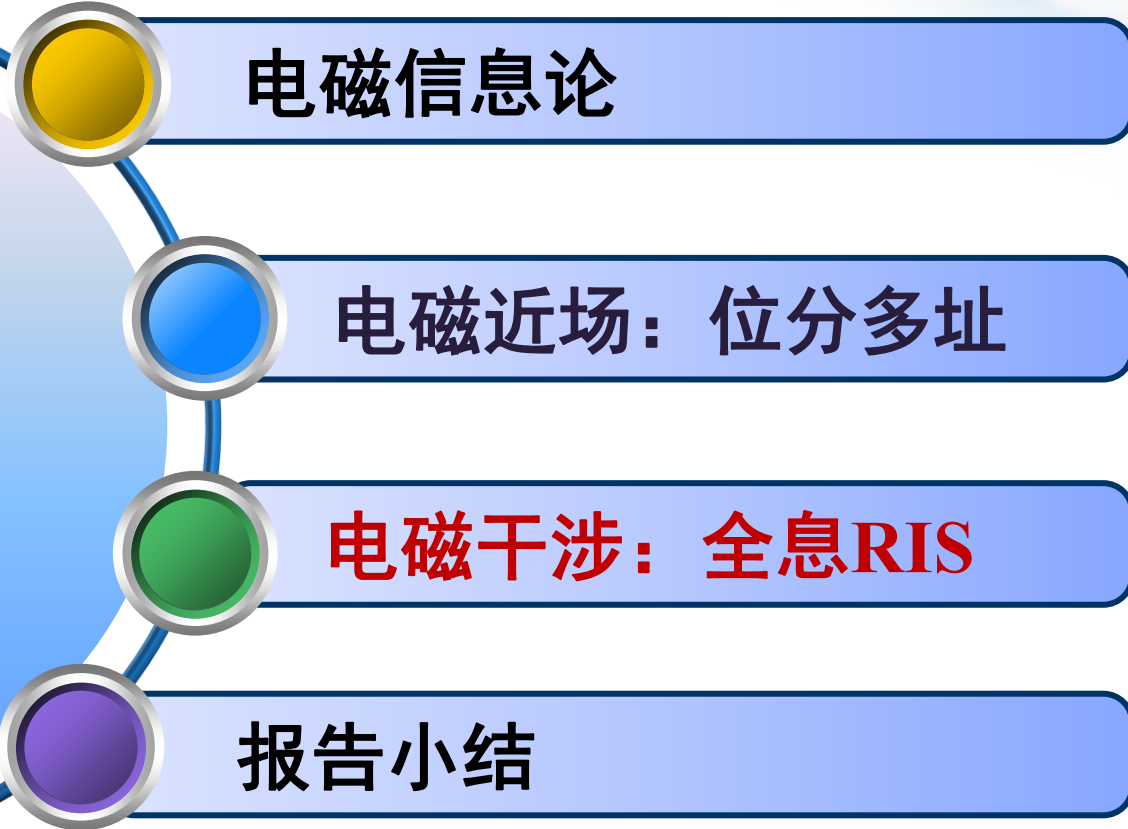
BS Antennas	UE Antennas	Frequency	UE Numbers	Elevation/ Azimuth Angle Range	Distance Range
256	1	30 GHz	20	$[-\pi/2, \pi/2]$	[4m, 100m]



Z. Wu, and L. Dai, "Multiple access for near-field communications: SDMA or LDMA?," *IEEE J. Sel. Area Commun. (major revision)*, Nov. 2022.



# 汇报提纲



电磁信息论

电磁近场：位分多址

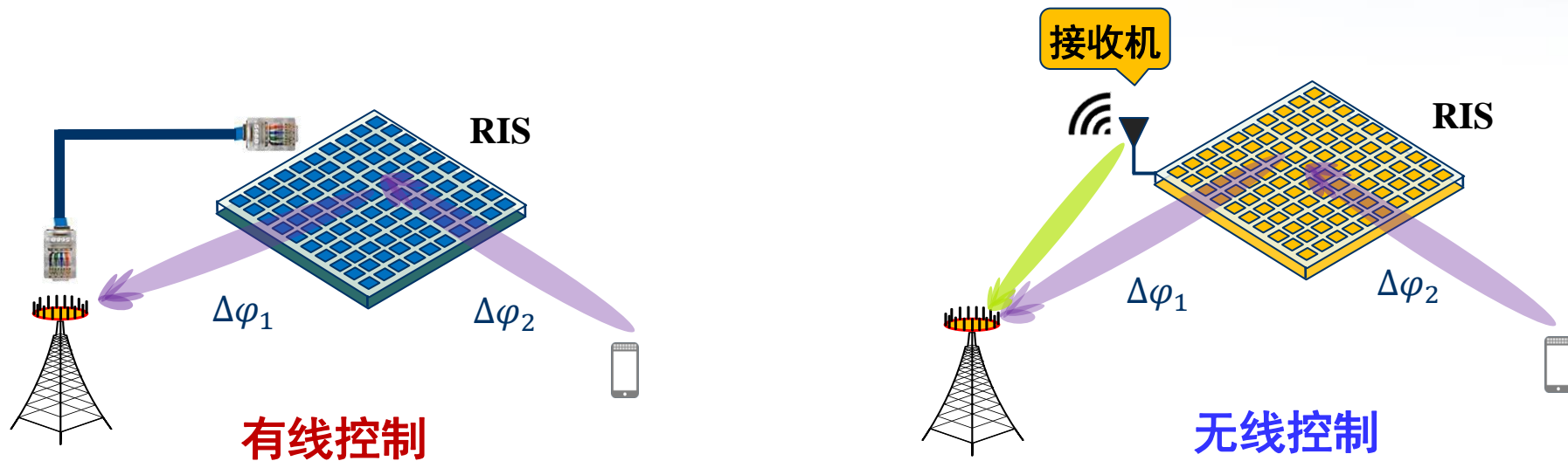
电磁干涉：全息RIS

报告小结

# RIS的控制难题

## ● RIS通常受基站控制

- **控制流程复杂**：信道估计→预编码计算→RIS控制信令
- **有线控制**：有线铺设成本，部署位置受限
- **无线控制**：RIS上需要额外配置无线接收机



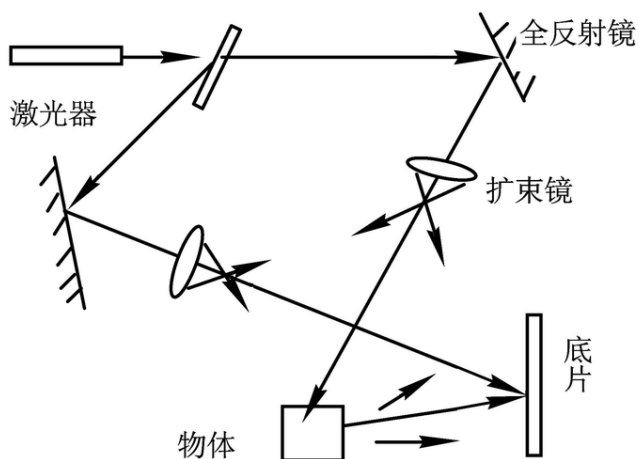
RIS受基站控制，流程复杂、成本高，大规模部署困难

# 他山之石：全息成像

- 全息成像的物理原理是**光学干涉**
- 通过**算法恢复**物体三维信息



丹尼斯·加博尔  
1971年**诺贝尔物理学奖**

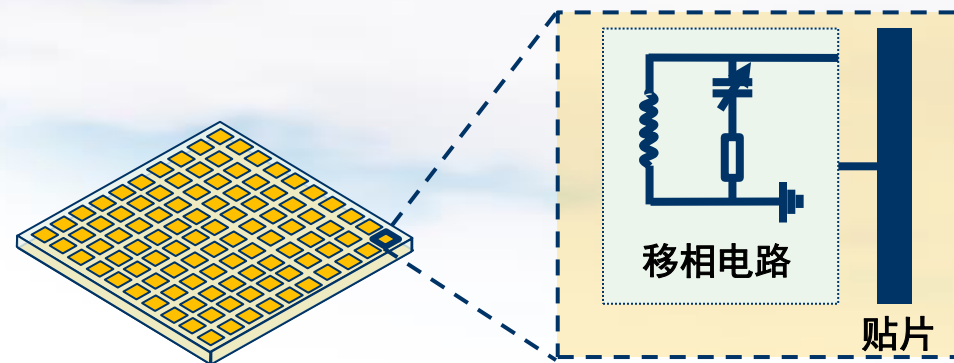
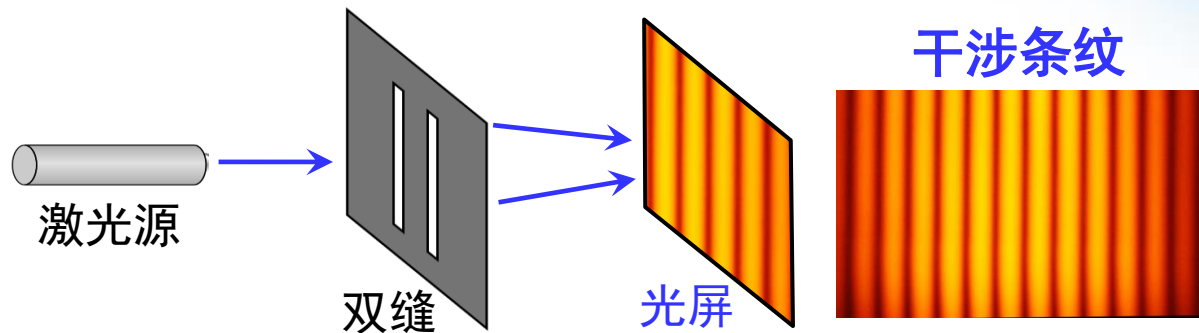


**全息成像原理**



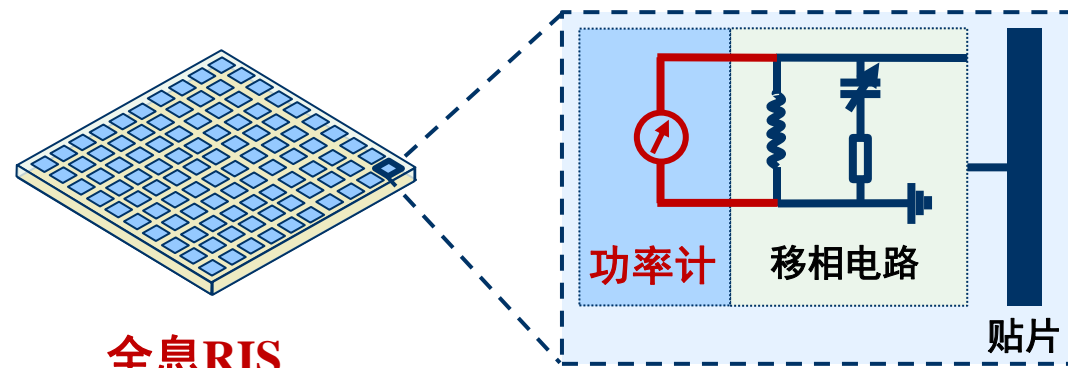
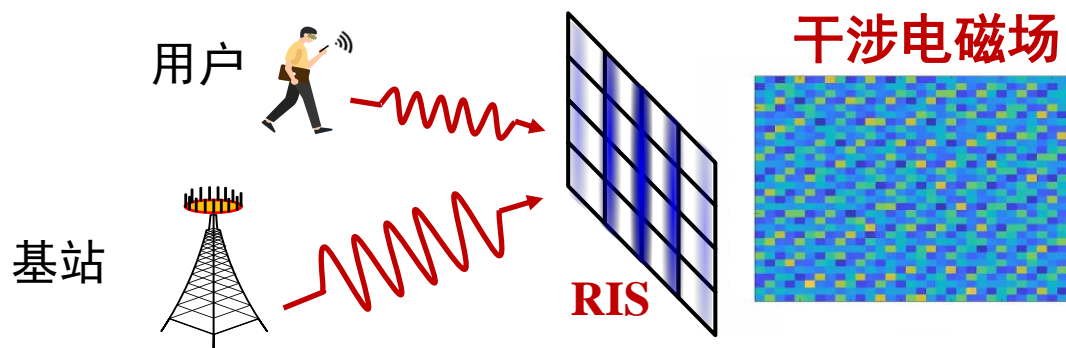
# 从全息成像到全息RIS

光学干涉：两列光相遇形成明暗条纹



传统RIS

电磁干涉：两列电磁波相遇形成幅度分布

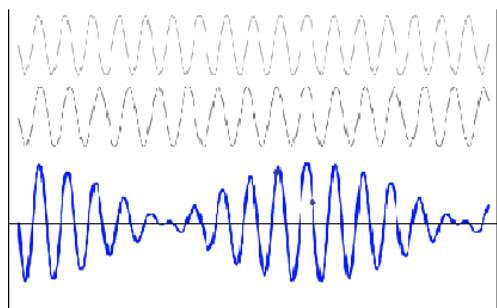


全息RIS

# 拍频：从静态干涉图样到动态干涉场

## ● 全息RIS如何检测信道相位信息？

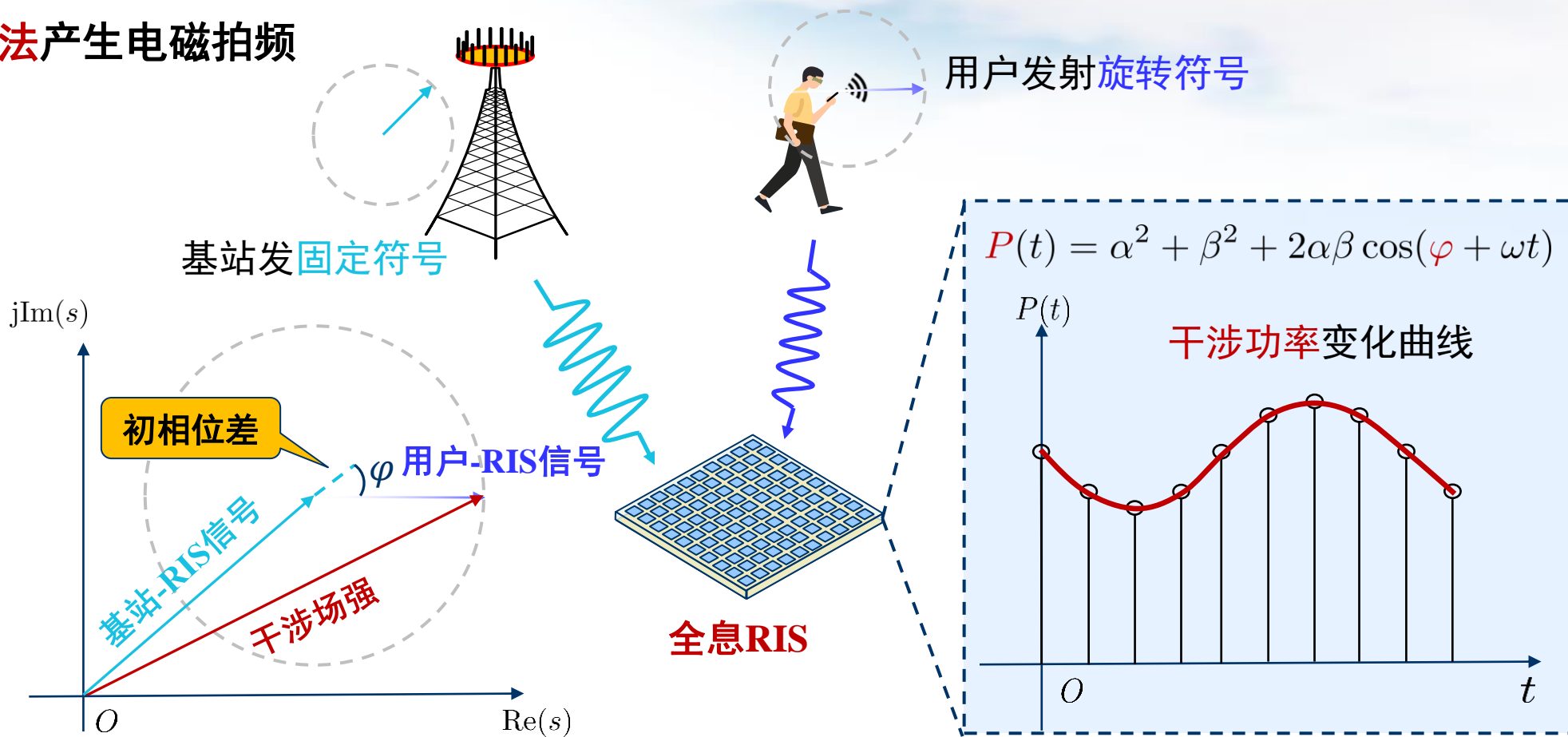
- 拍频现象将快变的声音振荡变成缓变的包络起伏
- 利用旋转符号法产生电磁拍频



拍频

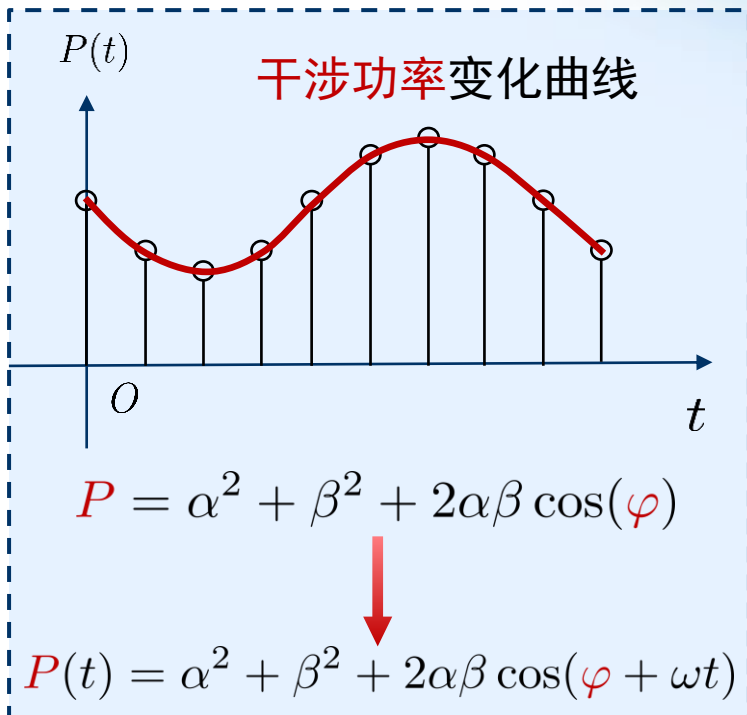
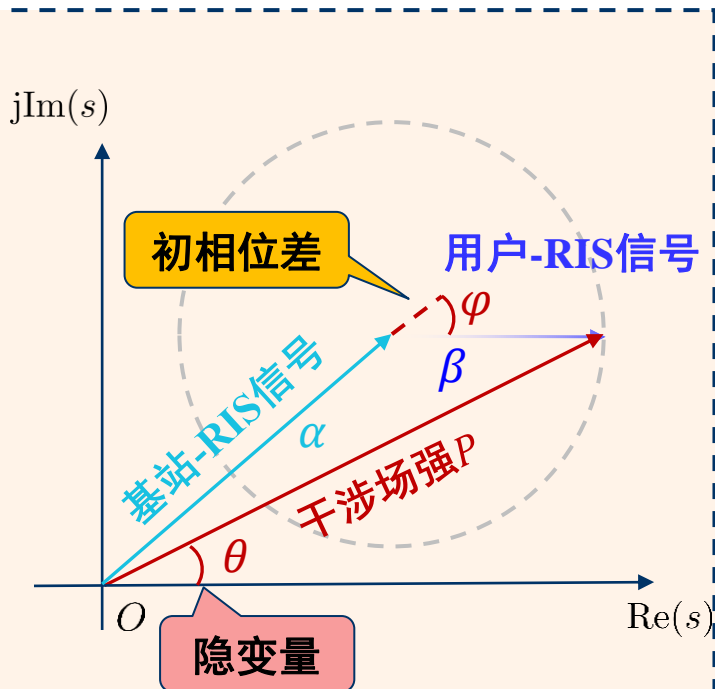


物理实验：音叉



# 全息RIS：相位估计算法

- 信号：带初相位 $\varphi$ 的余弦信号 $P(t)$
- 算法：傅里叶变换 + EM迭代更新



**Algorithm 2** von Mises-EM phase estimation (VM-EM algorithm)

**Input:** Incident wave intensity  $\alpha, \beta$ ; sensor data  $P[l]$ ; amplification factor  $\sigma_v^2$ ; predefined phase shifts  $\psi_l = \omega t_l$ .

**Output:**  $\hat{\varphi}$

1:  $s_l \leftarrow \sqrt{P[l]/A}, \forall l \in \{L\}$

2:  $\hat{\varphi} \leftarrow \arg\{\text{FFT}(P)[1]\}$

3:  $\kappa \leftarrow 1$

4: **while**  $\hat{\varphi}$  not convergence **do**

5:  $\mu_l \leftarrow \alpha + \beta e^{j(\hat{\varphi} + \psi_l)}, \forall l \in \{L\}$

6:  $w_l \leftarrow s_l e^{j\arg(\mu_l)} - \alpha, \forall l \in \{L\}$

7:  $z_\varphi \leftarrow \kappa e^{j\hat{\varphi}} + \beta \left( \sum_{l=0}^{L-1} w_l e^{-j\psi_l} \right) / (\sigma_v^2/2)$

8:  $\hat{\varphi} \leftarrow \arg(z_\varphi)$

9:  $\kappa \leftarrow |z_\varphi|$

10: **end while**

11: **return**  $\hat{\varphi}$

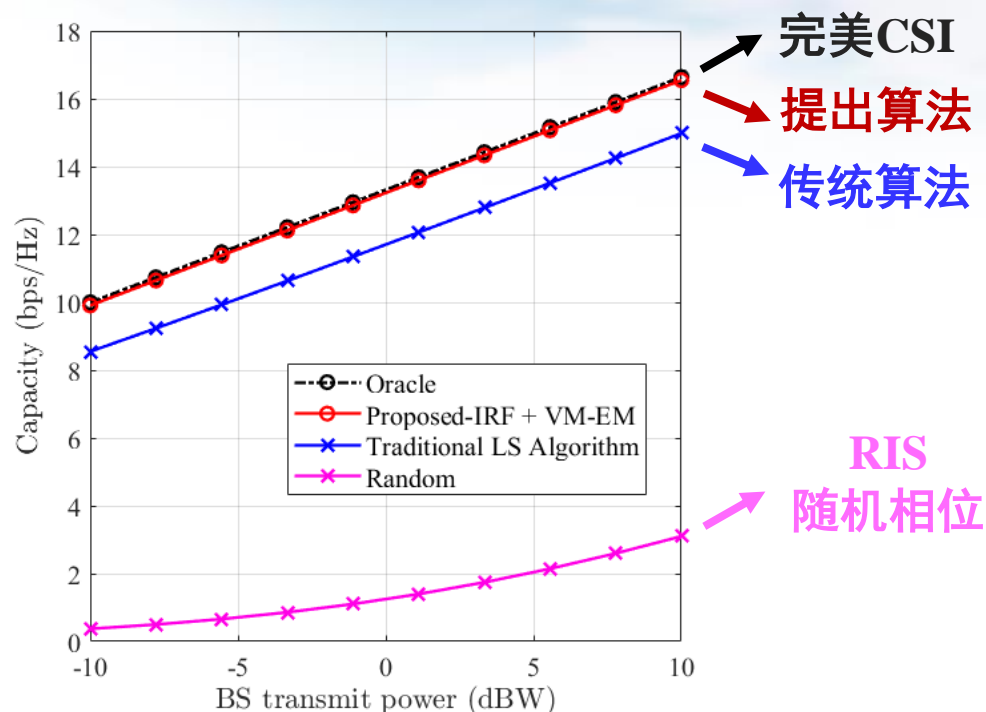
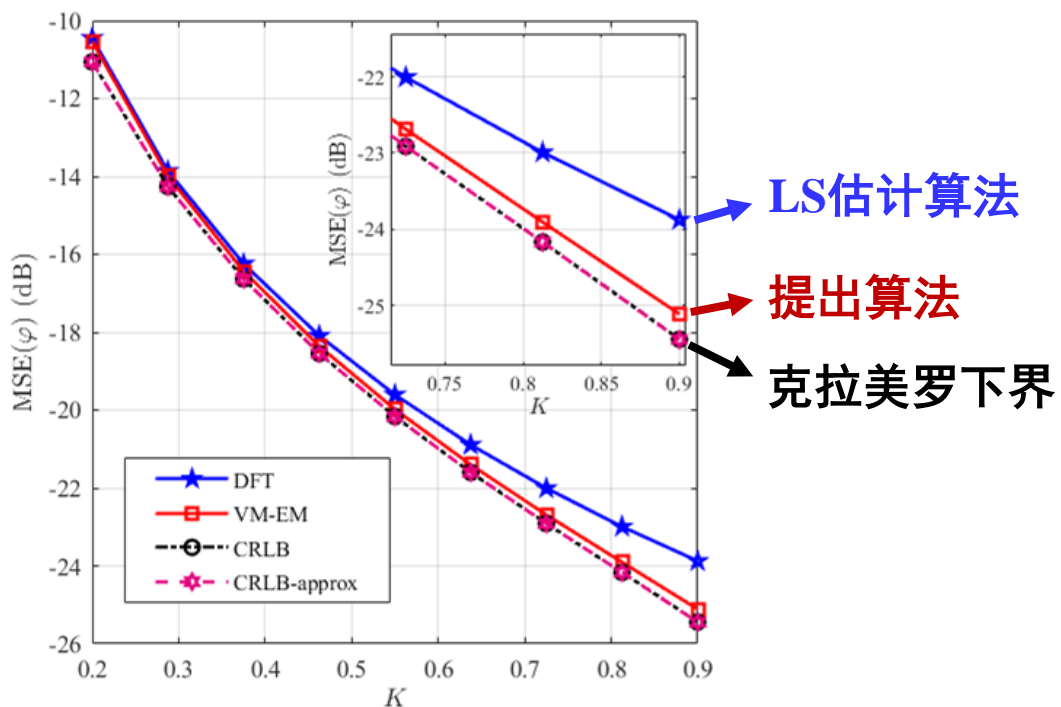
FFT法求初相位 $\varphi$

EM算法迭代更新

相位估计算法：从动态干涉场信号中提取信道相位信息

# 全息RIS：仿真结果

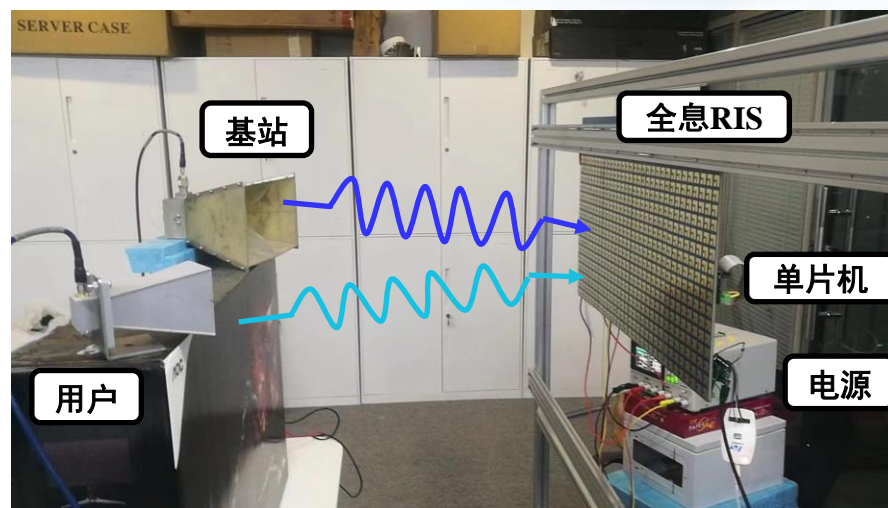
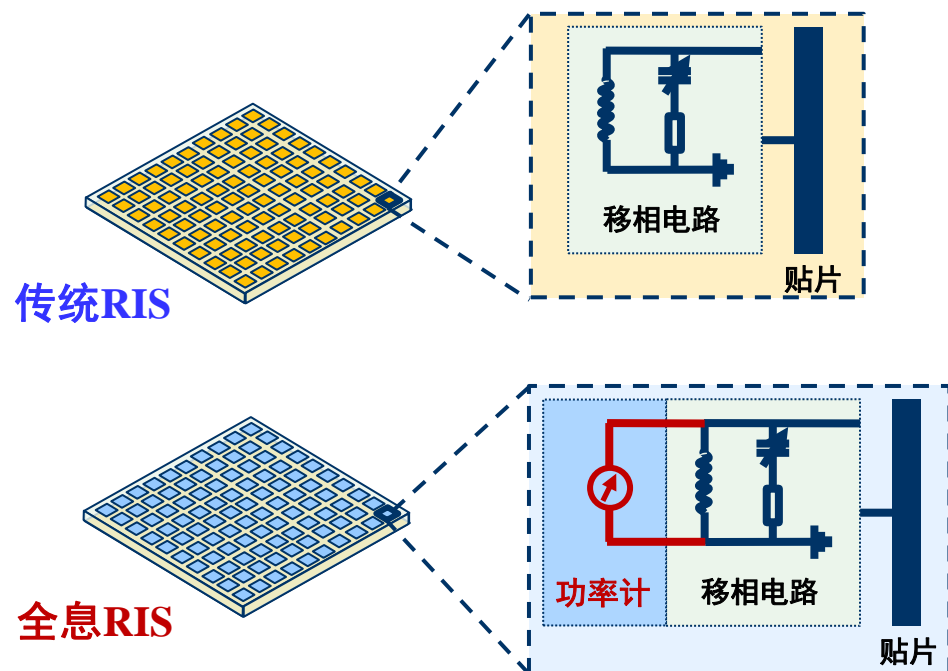
- 相位估计的MSE接近克拉美罗界
- 波束赋形后，平均速率逼近已知信道下基站控制的传统RIS情形



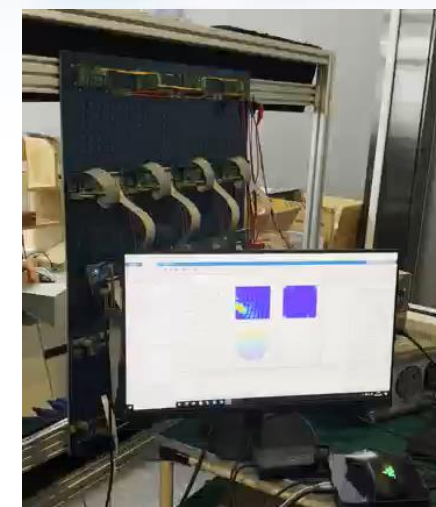
全息RIS可自主实现高精度的信道信息获取和波束赋形

# 全息RIS：硬件研制与实测

- 研制了一块 $32 \times 32$ 单元全息RIS硬件，实测到**电磁干涉**现象
- 算法可估计用户方位，初步验证了全息RIS的原理和**软硬联合**设计方案



全息RIS硬件测试

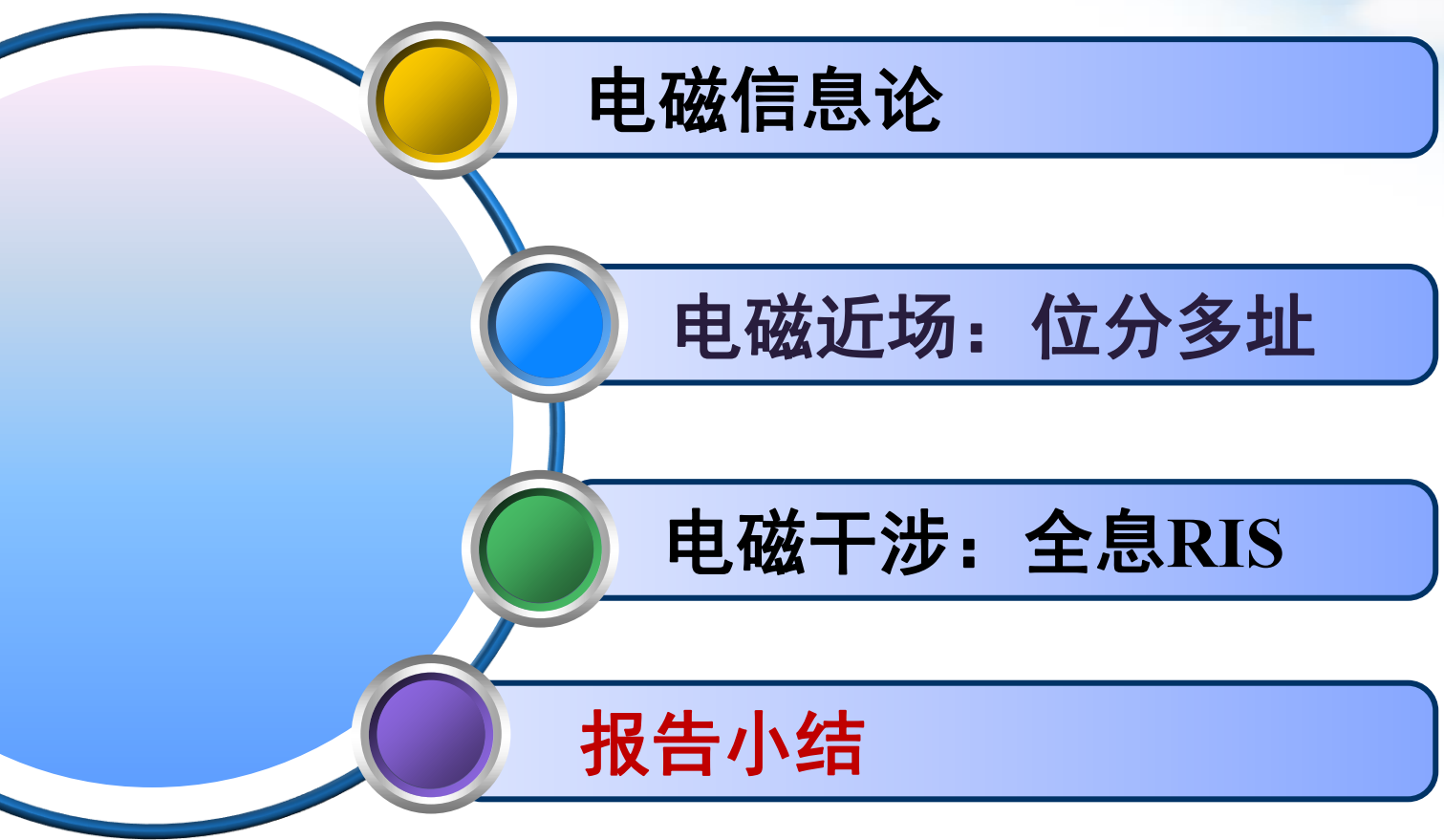


现场测试视频

全息RIS有望摆脱基站的控制而**独立工作**！



# 汇报提纲



电磁信息论

电磁近场: 位分多址

电磁干涉: 全息RIS

报告小结

# 报告小结

## ● 电磁信息论

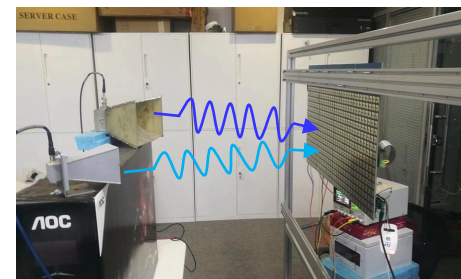
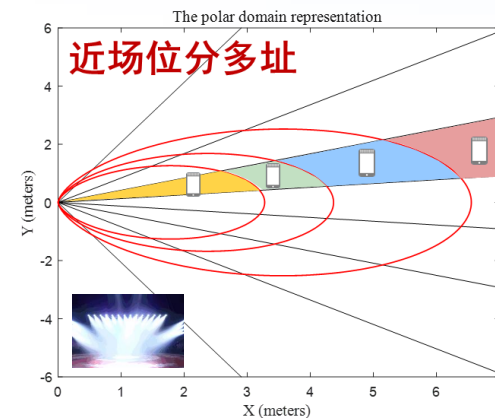
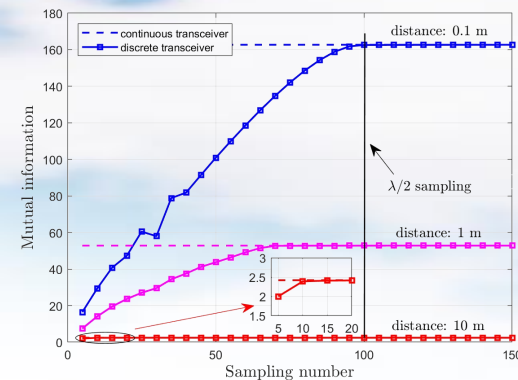
- 电磁学信息论的建模：确定信道与随机信号场
- 基于算子理论的有限口面内互信息分析框架
- 离散阵列MIMO与连续口面的极限性能的比较

## ● 电磁近场：位分多址

- 挖掘近场距离域正交特性
- 利用近场波束聚焦特性，有效抑制用户干扰
- 提出位分多址接入技术（LDMA）

## ● 电磁干涉：全息RIS

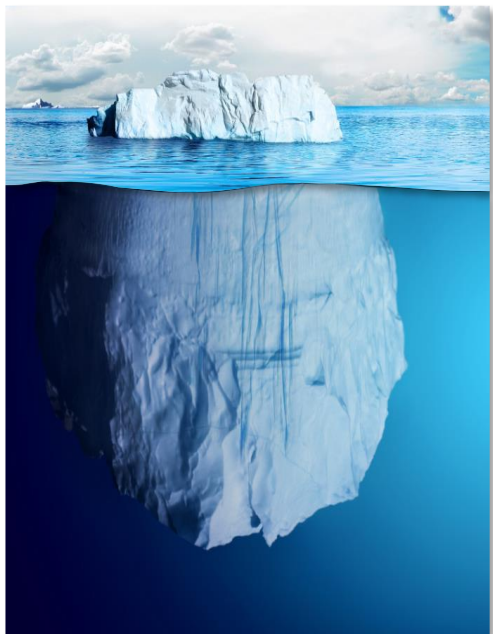
- 从全息成像到全息RIS
- 硬件获取功率数据，算法提取相位信息
- 全息RIS硬件测试验证



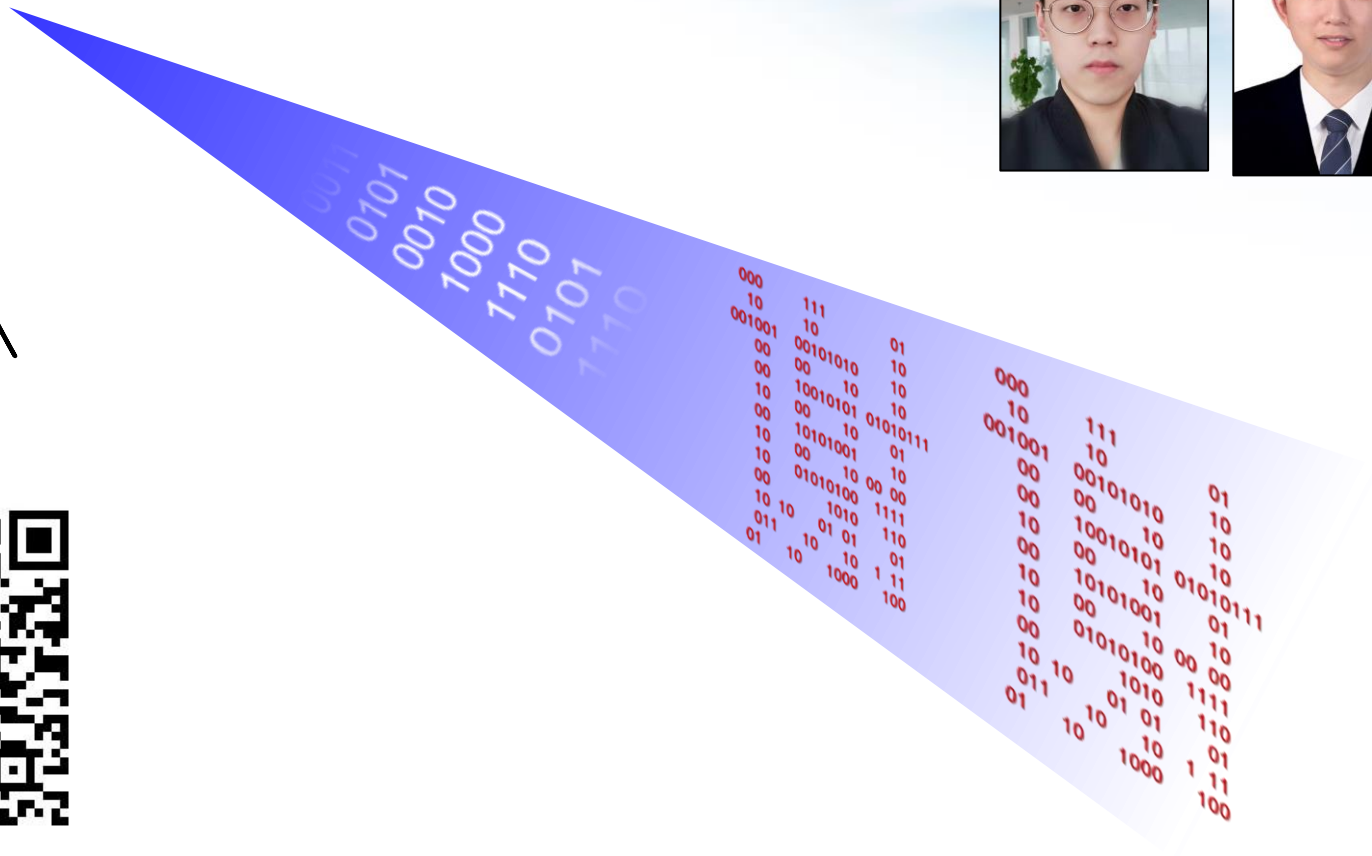
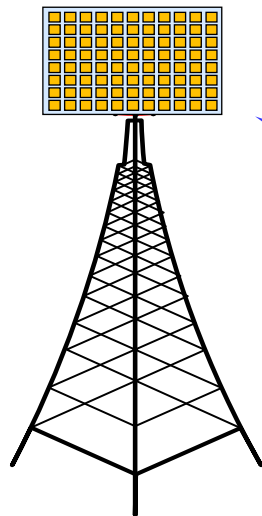
# 对通信未来发展的一点思考.....

## ● 冰山效应

- **水面之上**：基于**随机理论**的**数学方法**刻画的经典通信理论范式
- **水面之下**：基于**确定性物理过程**的**电磁学理论**



**电磁学**将有望启发**通信理论**与**技术**的**新突破**！



可重复研究: <http://oa.ee.tsinghua.edu.cn/dailinglong/>