

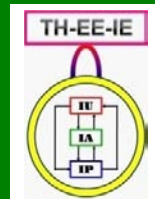
图象工程（上）

图 象 处 理

（第3版）

章毓晋

清华大学电子工程系 100084 北京



第4单元 拓展技术

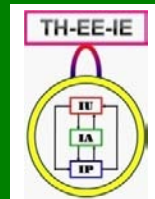
- 第11章 图象水印
- 第12章 彩色图象处理
- 第13章 视频图象处理
- 第14章 多尺度图象处理

对图象的研究和应用一直是一个活跃的领域，新的理论、新的方法不断涌现，新的技术、新的手段也在不断拓展。基于前三个单元介绍的图象处理技术，进一步拓展。



第14章 多尺度图象处理

- ◆ 多尺度技术也称为多分辨率技术
- ◆ 多尺度图象技术指对图象采用多尺度的表达方式，并在不同尺度下进行处理和分析
- ◆ 多尺度技术符合人类视觉特性
- ◆ 在很多情况下，图象中某种尺度下不容易看出特性在另外的尺度下很容易看出
- ◆ 要进行多尺度图象处理需要有对图象进行多尺度表达的结构和获得多尺度表达的多尺度变换技术



第14章 多尺度图象处理

14.1 多尺度表达

14.2 高斯和拉普拉斯金字塔

14.3 多尺度变换技术

14.4 基于多尺度小波的处理

14.5 超分辨率技术

14.1 多尺度表达

1. 多尺度信号表达

每次通过将步长 h 加倍进入下一层都会去掉函数的一些部分

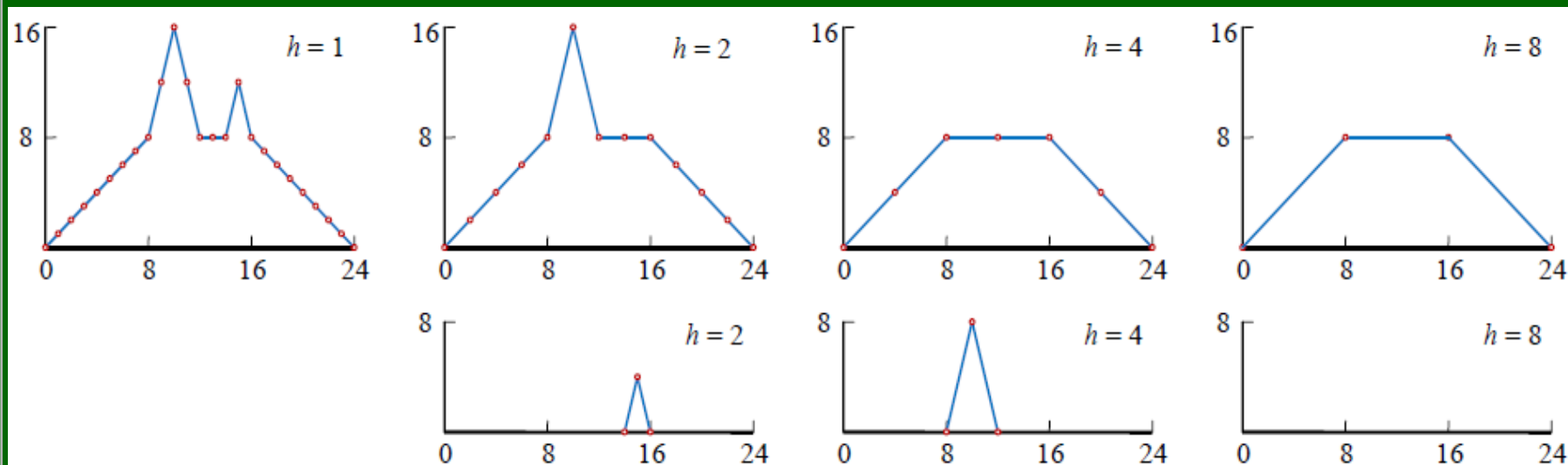


图 14.1.1 对一个函数的多尺度表达

14.1 多尺度表达

2. 金字塔

- ◆ 对一幅 $N \times N$ 的图象 (N 为 2 的整数次幂, $N = 2^n$), 如果将其在两个方向上进行 1:2 的亚抽样, 可以得到原始图象的一个缩略图 (一幅 $N/2 \times N/2$ 的图象)。
这个过程可重复进行

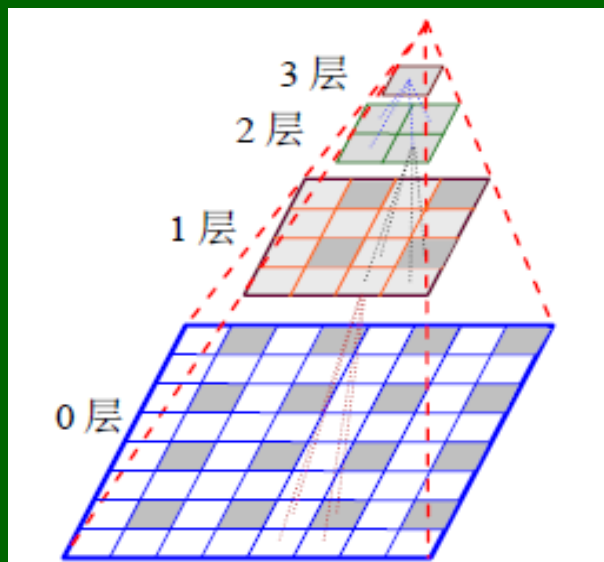


图 14.1.2 图像金字塔的构成

14.1 多尺度表达

2. 金字塔

描述金字塔结构的两个概念/术语

- 缩减窗 (reduction window)

将一个当前层的单元与下一层的一组单元联系起来
(一般是个 $n \times n$ 的方窗)

- 缩减因数 (reduction factor)

缩减率 λ 确定从一层到另一层单元数的减少速度

$$\lambda \leq \frac{|M_i|}{|M_{i+1}|} \quad i = 0, 1, \dots, n$$

14.1 多尺度表达

2. 金字塔

- 描述一个金字塔结构: $(n \times n)/r$
 $(n \times n)/r = 1$ 表示每个单元只有一个父亲

图象金字塔

重叠金字塔

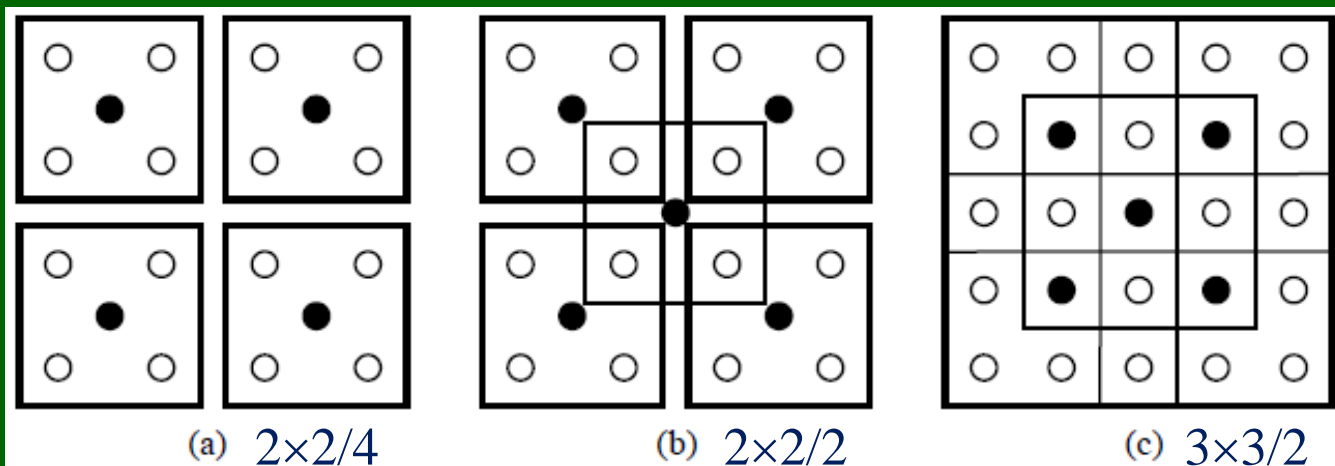
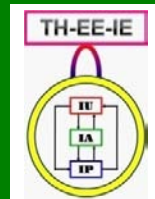


图 14.1.3 具有不同缩减窗/缩减因数的金字塔



14.1 多尺度表达

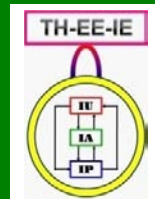
3. 尺度空间

包含一系列有不同分辨率图象的数据结构

- 空间分辨率（原维数）
- 当前分辨率层次（新维数）

用 $f(x, y, s)$ 来表示图象 $f(x, y)$ 的尺度空间

在 $s \rightarrow \infty$ 的极限情况下，尺度空间会收敛到一个具有其平均灰度的常数图象。图象内的信息内容应该随着尺度参数值的增加而连续地减少

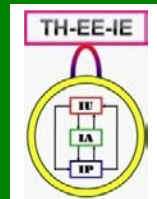


14.2 高斯和拉普拉斯金字塔

14.2.1 高斯金字塔

14.2.2 拉普拉斯金字塔

14.2.3 原始图象的重建



14.2.1 高斯金字塔

- ◆ 亚采样会丢失许多信息
亚采样后的图象有可能是按不满足采样定理的条件获得的图象，所以其质量不能保证
- ◆ 根据采样定理，需要让所有以小于最短波长的 $1/4$ 采样而得到的精细结构能通过平滑滤波器，这样才能获得一幅正确的亚采样图象
- ◆ 减小图象尺寸需要与恰当的对图象的平滑同步进行。如果将平滑和亚采样重复进行，就可得到能构成金字塔的一系列图象



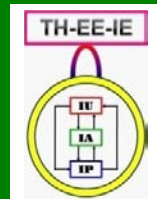
14.2.1 高斯金字塔

高斯金字塔

- ◆ 平滑和亚采样的过程可借助压缩平滑算子 $S_{(\downarrow 2)}$ 的单个操作作用下式来表示

$$\mathbf{G}^{(k+1)} = S_{(\downarrow 2)} \mathbf{G}^{(k)}$$

- ◆ 下标“ \downarrow ”后数字为亚采样率； S 表示用于压缩平滑的卷积模板，可看作压缩平滑算子
- ◆ 最小的图象具有最好的平滑，对应图象的最粗尺度

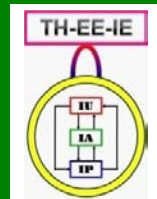


14.2.2 拉普拉斯金字塔

拉普拉斯金字塔

- ◆ 拉普拉斯金字塔中的图象可用对高斯金字塔中相邻两层图象的相减而近似得到
- ◆ 需先将图象在较粗的尺度（较高的层次）上扩展。这个操作可用扩展插值算子 $E_{(\uparrow 2)}$ 来进行
- ◆ 扩展比减少尺寸的压缩困难，因为缺少的信息需要通过插值来得到
- ◆ 所生成拉普拉斯金字塔的第 k 层图象可写成

$$L^{(k)} = G^{(k)} - E_{(\uparrow 2)} G^{(k+1)}$$

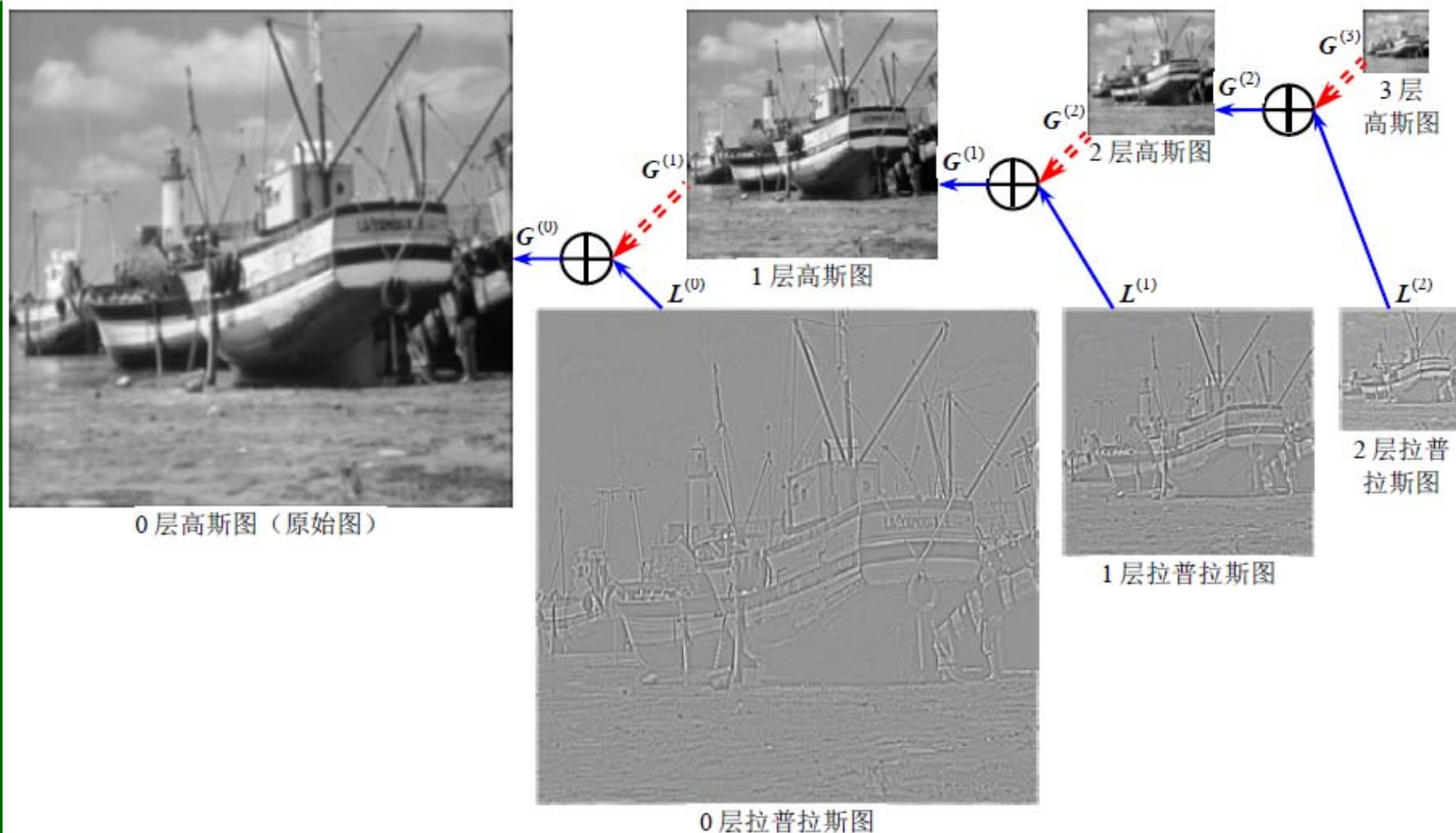


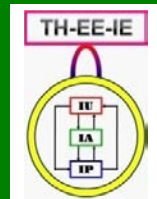
14.2.3 原始图象的重建

- ◆ 借助高斯金字塔和拉普拉斯金字塔可以将原始图象很快地从两个金字塔的图象序列中通过反复扩展图象并将结果加起来而重建出来
- ◆ 在一个具有 $k + 1$ 层的拉普拉斯金字塔中，其第 k 层（从0开始算）既是拉普拉斯金字塔的最粗的一层也与高斯金字塔最粗的一层相同。而高斯金字塔的第 $k - 1$ 层可如下重建

$$\mathbf{G}^{(k-1)} = \mathbf{L}^{(k-1)} + E_{(\uparrow 2)} \mathbf{G}^{(k)}$$

14.2.3 原始图象的重建



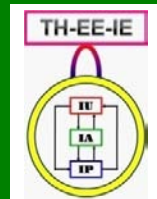


14.3 多尺度变换技术

{用多尺度变换 $U(b, s)$ 来分析信号 $u(t)$ 可看作将1-D信号 $u(t)$ 用2-D变换 $U(b, s)$ 所展开}

14.3.1 3类多尺度变换技术

14.3.2 多尺度变换技术比较



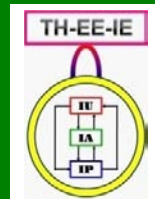
14.3.1 3类多尺度变换技术

1. 尺度-空间分析

- ◆ 信号中的重要特征往往与一些极值点相关联
- ◆ $u(t)$ 的局部极值点对应其导数 $u'(t)$ 的零交叉点
- ◆ 因为微分会增强噪声，所以使用 $u'(t)$ 时需要滤除噪声，如用高斯滤波器

$$u'(t) \otimes g(t) = [u(t) \otimes g(t)]' = u(t) \otimes g'(t)$$

- ◆ 对 $u(t)$ 极值点的检测：检测卷积结果的零交叉点



14.3.1 3类多尺度变换技术

1. 尺度-空间分析

- ◆ 高斯函数的宽度是用标准方差来控制的，如果将其定义为尺度参数，则大的方差对应大的尺度，小的方差对应小的尺度。对每个尺度，都可确定一组平滑后的 $u(t)$ 的极值点。这样， $u(t)$ 的尺度-空间就可定义为随尺度参数变化的一组极值点
- ◆ 设 $g_s(t)$ 是一个标准方差为 s ($s > 0$) 的高斯函数

$$g_s(t) = \frac{1}{s\sqrt{2\pi}} \exp(-t^2 / 2s^2)$$



14.3.1 3类多尺度变换技术

1. 尺度-空间分析

- ◆ 信号 $u(t)$ 与高斯函数 $g_a(t)$ 的卷积

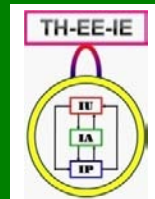
$$U(t, s) = u(t) \otimes g_s(t)$$

- ◆ 在一个给定的观察尺度 s_0 , $U(t, s_0)$ 是 $u(t)$ 平滑的结果。 $U(t, s)$ 的极值点就是 $U'(t, s_0)$ 的零交叉点

$$U'(t, s) = u(t) \otimes g'_s(t)$$

- ◆ 信号 $u(t)$ 的尺度-空间可定义为 $U'(t, s_0)$ 的零交叉点的集合 (\mathbf{R} 为实数集合)

$$\{(b_0, s_0) | s_0, b_0 \in \mathbf{R}, \text{ 并且 } s_0 > 0 \quad b_0 \in [U'(t, s_0)]\}_{zc}$$



14.3.1 3类多尺度变换技术

2. 时间-频率分析和盖伯变换

◆ 傅里叶变换

$$U(f) = F\{u(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} u(t) \exp[-j2\pi ft] dt$$

◆ 短时傅里叶变换

$$U(b, f) = \int_{-\infty}^{\infty} g^*(t-b) u(t) \exp[-j2\pi ft] dt$$

◆ 盖伯变换：窗函数 $g(t)$ 为高斯函数（实函数）

◆ 考虑核

$$h_f(t) = g(t) \exp[-j2\pi ft]$$

$$U(b, f) = \int_{-\infty}^{\infty} h_f(t-b) u(t) dt$$



14.3.1 3类多尺度变换技术

3. 时间-尺度分析和小波变换

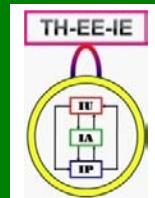
- 考虑连续小波变换
- 对实函数 $u(t)$ 来说，如果它的傅里叶变换 $U(f)$ 满足下列容许性条件

$$C_u = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|U(f)|^2}{|f|} df < \infty$$

- 那么就称 $u(t)$ 为“基小波” (basic wavelet) 。根据 $U(f)$ 的有限性，可知 $U(0) = 0$

$$\int_{-\infty}^{\infty} u(t) dt = 0$$

- 小波是具有振荡性和迅速衰减的波



14.3.1 3类多尺度变换技术

3. 时间-尺度分析和小波变换

- 对基小波进行平移和放缩可得到一组小波基函数 $\{u_{b,s}(t)\}$ ，也称积分核

$$u_{b,s}(t) = \frac{1}{\sqrt{s}} u\left(\frac{t-b}{s}\right)$$

其中定位参数（也称平移参数） b 为实数，指示了沿 t 轴的平移位置，尺度参数（也称缩放参数） s 为正实数，指示某个小波基函数的宽度。参数空间定义为超半平面 $H = \{(b, s) \mid s > 0\}$

14.3.1 3类多尺度变换技术

3. 时间-尺度分析和小波变换

$$\mathcal{W}\{f(t)\} = W_f(b, s) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) u_{b,s}(t) dt = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \frac{1}{\sqrt{s}} u\left(\frac{t-b}{s}\right) dt$$

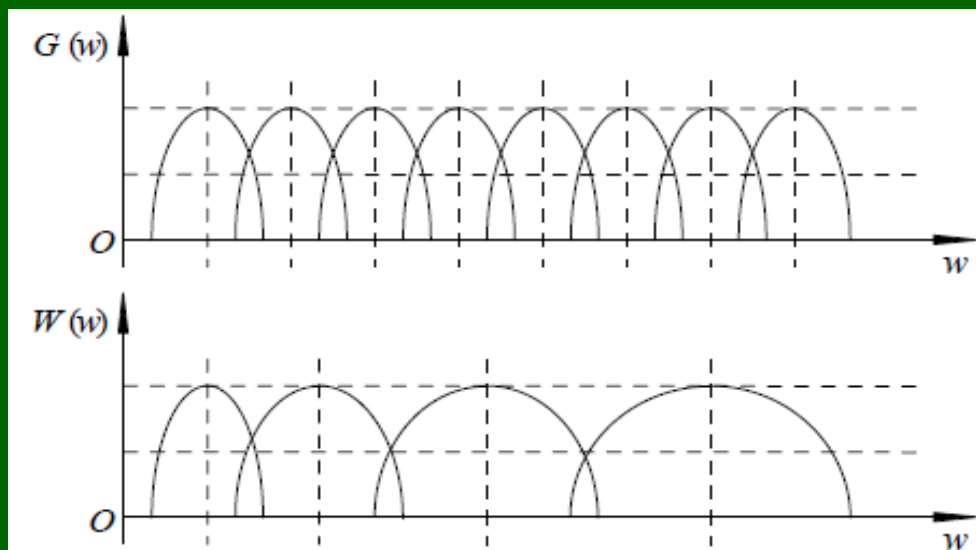
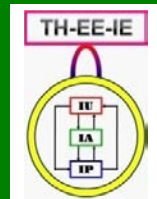


图 14.3.1 盖伯变换和连续小波变换滤波器的对比

对应小波变换的各个带通滤波器的宽度随中心频率的增加而增加



14.3.2 多尺度变换技术比较

1. 显示

$U(b, s)$: 一个取值为实数或复数的2-D函数

- (1) 尺度-空间: 信号和高斯微分的卷积, 实/复数
- (2) 盖伯变换: 信号和用高斯调制的复指数函数间的内积, 复数
- (3) 小波变换: 根据母小波/信号的不同, 实/复数

$U(b, s)$ 取实数值:

- (1) 曲面: (b, s) 给出平面坐标, $U(b, s)$ 给出Z轴高度
- (2) 灰度图象: (b, s) 是像素坐标, $U(b, s)$ 是像素灰度

14.4 基于多尺度小波的处理

1. 多尺度小波分解

得到一系列分辨率逐次降低的子图象



图 14.4.1 小波分解得到的低频子图像序列示例



14.4 基于多尺度小波的处理

2. 多尺度小波特点

小波变换相当于一组多分辨率的带通滤波器
将图象信号分解到不同的频率子带

➤ 保真度因子

滤波器的带宽除以中心频率，相对带宽的倒数
小波变换滤波器的相对带宽 Q 是常数

$$\frac{1}{Q} = \frac{(\Delta w)_s}{1/s} = (\Delta w)$$

{P.336}



14.4 基于多尺度小波的处理

3. 基于小波变换的噪声消除

噪声消除主要包括3个步骤

- (1) 确定一个小波和分解级数（对应尺度 s ），对含有噪声的图象进行小波变换，获得不同尺度的子图象
- (2) 在尺度 $J-1$ 到 $J-S$ 上对细节系数取阈值。如果用硬阈值，将绝对值小于阈值的系数置为0
- (3) 根据在尺度 $J-S$ 的近似系数和从尺度 $J-1$ 到 $J-S$ 的取阈值后的细节系数进行小波反变换重建

14.4 基于多尺度小波的处理

4. 基于小波分解的边缘增强

边缘增强需要加强高频或消减低频

将阴影部分的系数置为零，然后再重建

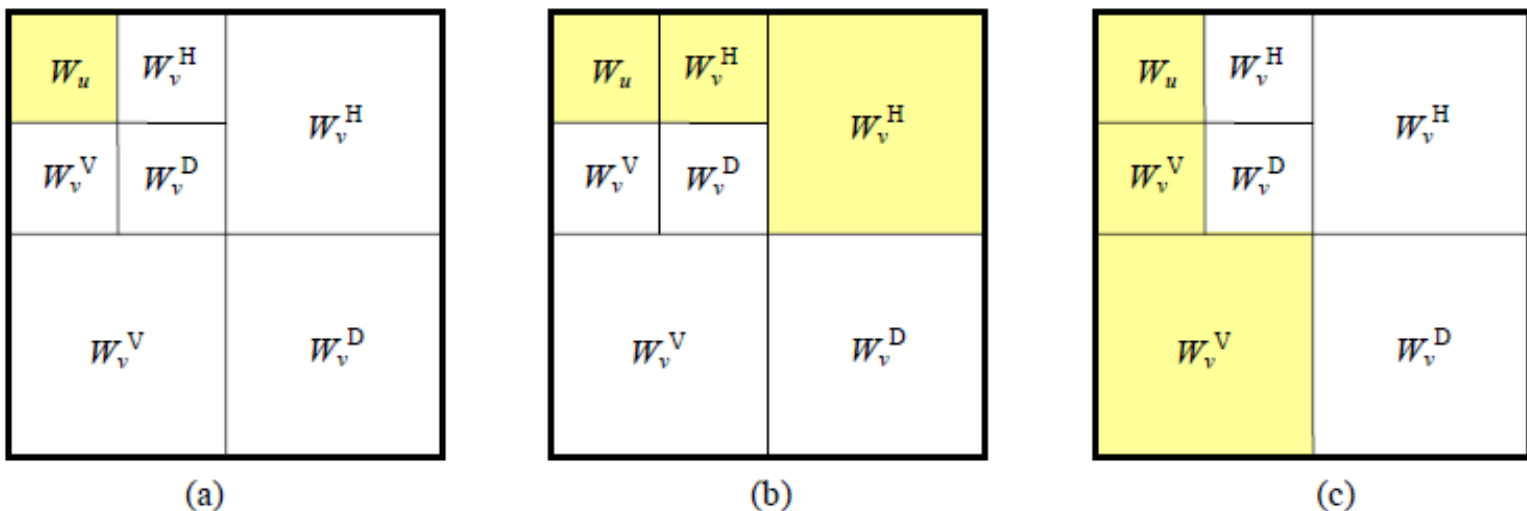
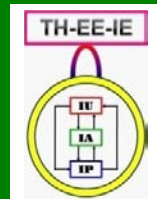


图 14.4.2 将小波分解结果中低频系数置为 0 以增强边缘



14.5 超分辨率技术

- 14.5.1 基本模型和技术分类
- 14.5.2 基于单幅图象的超分辨率复原
- 14.5.3 基于多幅图象的超分辨率重建
- 14.5.4 基于示例的学习方法

14.5.1 基本模型和技术分类

1. 图象观测模型

观测图象为（一系列的）低分辨率图象，而理想图象即为所求的高分辨率图象

从期望的高分辨率理想图象 f 到实际的低分辨率观测图象 g 有一个退化过程 $g = SBTf + n$

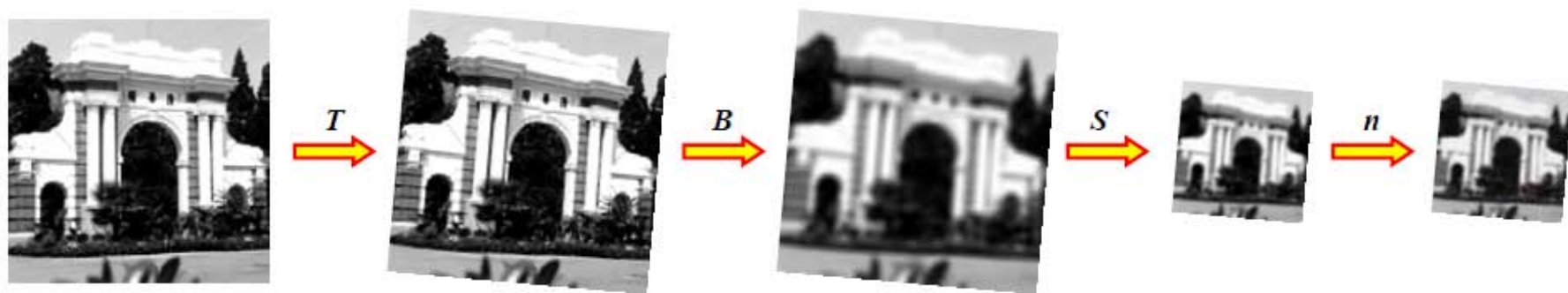
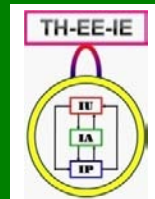


图 14.5.1 高分辨率图像向低分辨率图像的退化过程



14.5.1 基本模型和技术分类

2. 超分辨率技术辨识

如果令 $H = SBT$ ，则超分辨率技术的图象模型成为如式(5.1.7)所示的图象恢复模型

图象恢复的一些特例也是超分辨率重建的特例
有加性噪声时的图象退化模型

$$g = f + n$$

图象模糊时的退化模型

$$g = Bf + n$$

14.5.1 基本模型和技术分类

2. 超分辨率技术辨识

图象插值或图象放大时的图象模型

$$g = S^{-1}f + n$$

图象锐化仅增强了已有的高频成分

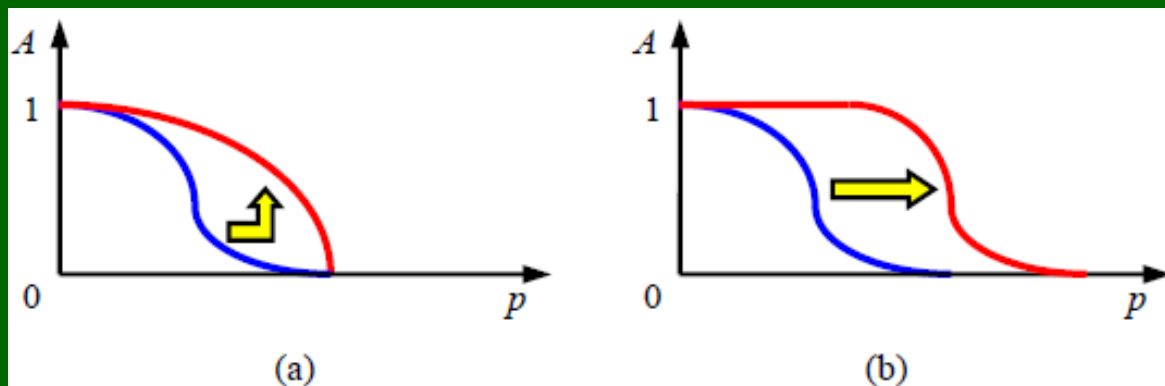
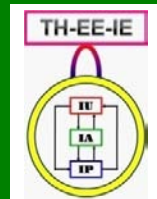


图 14.5.2 图像锐化和超分辨率的区别



14.5.1 基本模型和技术分类

3. 方法分类

➤ 基于频域的方法和基于空域的方法

前者原理清晰，计算复杂度较低；后者将各种退化因素综合考虑，灵活性强，但设计复杂，计算量较大

➤ 基于单幅图象的方法和基于多幅图象的方法

➤ 基于重建的方法和基于学习的方法

前者主要包括配准和重建两个关键步骤

14.5.2 基于单幅图象的超分辨率复原

1. 图象放大

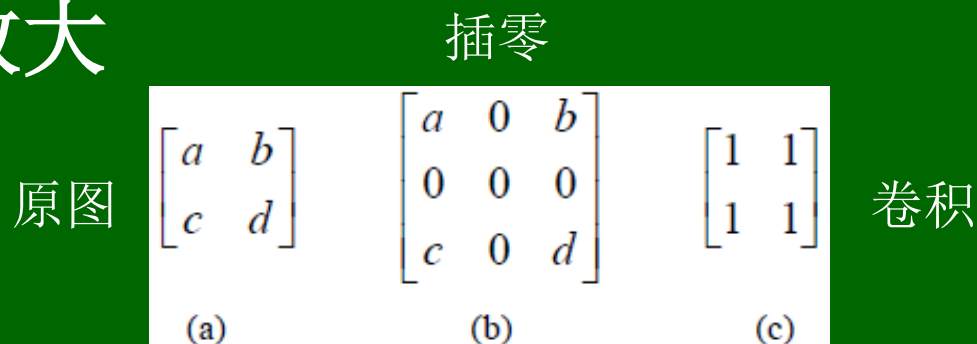
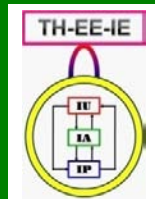


图 14.5.3 图像整倍数放大示例

$$\frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \quad \frac{1}{16} \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 & 1 \\ 3 & 9 & 9 & 3 \\ 3 & 9 & 9 & 3 \\ 1 & 3 & 3 & 1 \end{bmatrix} \quad \frac{1}{64} \begin{bmatrix} 1 & 4 & 6 & 4 & 1 \\ 4 & 16 & 24 & 16 & 4 \\ 6 & 24 & 36 & 24 & 6 \\ 4 & 16 & 24 & 16 & 4 \\ 1 & 4 & 6 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

(a) (b) (c)

图 14.5.4 离散插值卷积核



14.5.2 基于单幅图象的超分辨率复原

2. 超分辨率复原

在图象系统的衍射极限之外复原图象信息

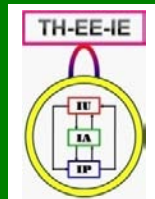
模型
$$g = DSf + n$$

矩阵 DS 常是奇异的，即不可逆；矩阵 DS 常常阶数很大，计算复杂，对亚采样和衍射分级处理

$$\begin{aligned} g &= De + n \\ e &= Sf \end{aligned}$$

消除噪声和插值

利用梯度迭代法



14.5.3 基于多幅图象的超分辨率重建

多幅图象

- ① 用一个相机在不同位置拍摄多幅图象
- ② 用放在不同位置的多个相机同时拍摄
- ③ 用与场景有相对运动的摄像机连续拍摄

多幅略有差别的低分辨率图象

它们含有类似而又不完全相同的互补信息，
所以多幅图象的总信息多于其中任何一幅图象

将不重合的信息结合起来，就可以构建出较
高分辨率（大尺寸）的图象

14.5.3 基于多幅图象的超分辨率重建

空域超分辨率重建算法

(1) 非均匀插值法

将期望的图象看成具有很高的分辨率，而将不同的低分辨率观测图象看成在其上不同位置的采样

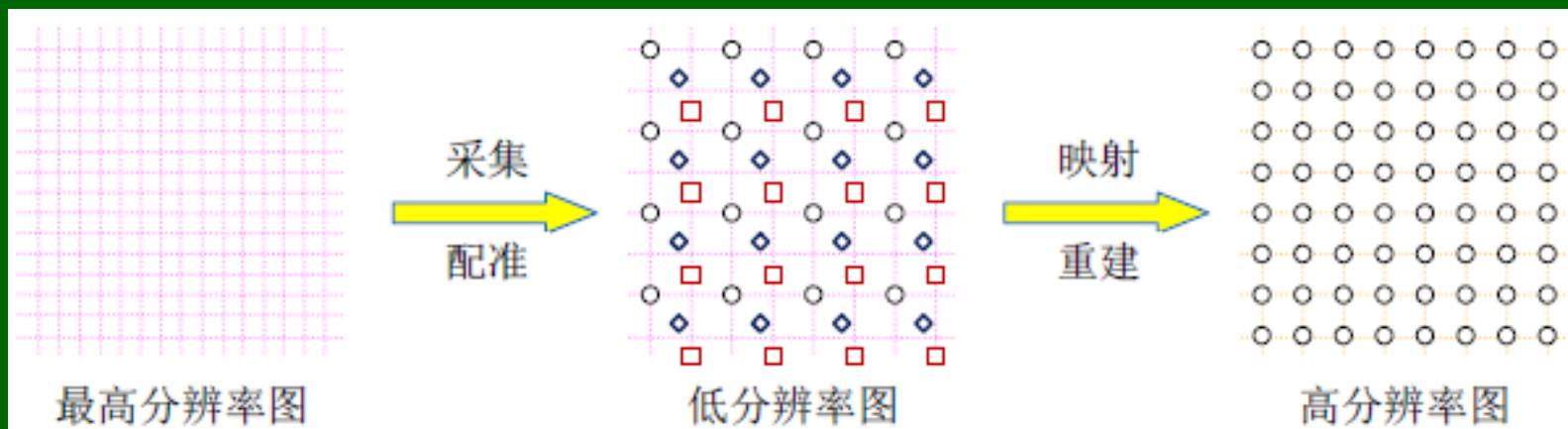
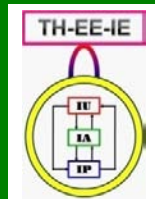


图 14.5.5 非均匀插值法流程



14.5.3 基于多幅图象的超分辨率重建

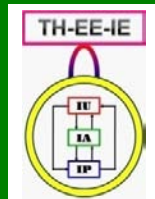
空域超分辨率重建算法

(2) 迭代反投影法 → 第7章

输出图象的一个初始估计值作为当前结果，并将其投影到低分辨率图象上，根据所得低分辨率图象与实际观测图象的差值调整投影直到收敛，从而获得最终输出的超分辨率图象

(3) 最大后验概率法

在已知低分辨率图象的前提下，要使出现高分辨率图象的后验概率达到最大



14.5.3 基于多幅图象的超分辨率重建

空域超分辨率重建算法

(4) 凸集投影法

假设超分辨率重建图象存在于一个向量空间中，以超分辨率重建解的期望理想性质作为约束条件

这些条件的集合构成向量空间中的凸集合，可通过对这些集合求交，最终得到超分辨率的解空间

凸集投影过程是一个从给定向量空间中的任何点开始搜索直到发现满足所有凸约束集的解的过程

另外，不同方法还可结合



联系信息



- ☞ 通信地址：北京清华大学电子工程系
- ☞ 邮政编码：100084
- ☞ 办公地址：清华大学，罗姆楼，6层305室
- ☞ 办公电话：(010) 62798540
- ☞ 传真号码：(010) 62770317
- ☞ 电子邮件：zhang-yj@tsinghua.edu.cn
- ☞ 个人主页：oa.ee.tsinghua.edu.cn/~zhangyujin/