

图 象 理 解

（第4版）

章毓晋

清华大学电子工程系 100084 北京

第2单元 景物重建

- 第6章 立体视觉：双目
 - 第7章 立体视觉：多目
 - 第8章 景物恢复：多图象
 - 第9章 景物恢复：单图象
- 对图象的理解先要从图象恢复场景，即借助2-D图象重建3-D场景
- 立体视觉是解决3-D重建的一种重要方法
- 恢复景物就是要恢复景物的本征特性
- 从形状恢复景物 \Leftrightarrow “从 X 得到形状”

第7讲

章毓晋 (TH-EE-IE) ZHANG YU JIN

第2页

第7章 立体视觉：多目

- 7.1 水平多目立体匹配
- 7.2 正交三目立体匹配
- 7.3 多目立体匹配
- 7.4 亚像素级视差计算

第7讲

章毓晋 (TH-EE-IE) ZHANG YU JIN

第3页

7.1 水平多目立体匹配

- 视差 d 与两个摄像机间的基线 B 有如下关系

$$d = B \frac{\lambda}{|\lambda - Z|} \approx B \frac{\lambda}{Z} \quad (4.2.3)$$

对给定的物体距离 Z ，视差 d 与基线长度 B 成正比。基线长度 B 越大，对距离的计算将越准确

- 基线长度过长带来的问题
- 需对较大的视差范围进行搜索以寻求匹配点
- 增加了计算量
- 有周期性重复特征时误匹配概率增加

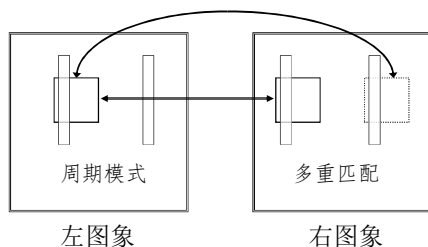
第7讲

章毓晋 (TH-EE-IE) ZHANG YU JIN

第4页

7.1 水平多目立体匹配

双目匹配（周期性重复特征）



第7讲

章毓晋 (TH-EE-IE) ZHANG YU JIN

第5页

7.1 水平多目立体匹配

从双目到多目

7.1.1 水平多目图象

7.1.2 倒距离

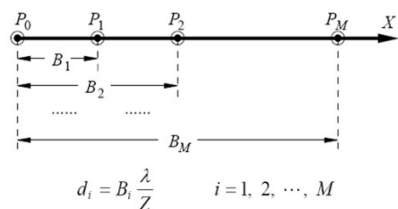
第7讲

章毓晋 (TH-EE-IE) ZHANG YU JIN

第6页

7.1.1 水平多目图象

通过计算多对图象之间平方差的和 (sum of squared difference, SSD) 来减少总体的误匹配



第7讲

章毓晋 (TH-EE-IE) ZHANG YU JIN

第7页

7.1.1 水平多目图象

模型

$$f_i(x) = f[x - d_i] + n_i(x) \quad \{P.160\}$$

$$\text{SSD} \quad S_d(x; \hat{d}_i) = \sum_{j \in W} [f_0(x+j) - \overset{\text{视觉估计值}}{f_i(x + \hat{d}_i + j)}]^2$$

$$E[S_d(x; \hat{d}_i)] = E \left\{ \sum_{j \in W} [f(x+j) - f(x + \hat{d}_i - d_i + j) + n_0(x+j) - n_i(x + \hat{d}_i + j)]^2 \right\}$$

$$= \sum_{j \in W} [f(x+j) - f(x + \hat{d}_i - d_i + j)]^2 + 2N_w \sigma_n^2 \quad \text{极小值}$$

问题

$$f(x+j) = f(x+p+j) \quad j \in W \quad p: \text{重复周期}$$

$$E[S_d(x; d_i)] = E[S_d(x; d_i + p)] = 2N_w \sigma_n^2 \quad \{P.160\}$$

第7讲

章毓晋 (TH-EE-IE) ZHANG YU JIN

第8页

7.1.2 倒距离

解决周期性带来的问题

Inverse distance $t = \frac{1}{Z}$

$$t_i = \frac{d_i}{B_i \lambda} \quad \hat{t}_i = \frac{\hat{d}_i}{B_i \lambda}$$

$$\text{SSD} \quad S_t(x; \hat{t}_i) = \sum_{j \in W} [f_0(x+j) - f(x + B_i \lambda (\hat{t}_i - t_i) + j)]^2$$

$$E[S_t(x; \hat{t}_i)] = \sum_{j \in W} \{f(x+j) - f[x + B_i \lambda (\hat{t}_i - t_i) + j]\}^2 + 2N_w \sigma_n^2$$

第7讲

章毓晋 (TH-EE-IE) ZHANG YU JIN

第9页

7.1.2 倒距离

将对应M个倒距离的SSD求和, 则得到

SSSD (sum of SSD)

$$S_{t(12 \dots M)}^{(S)}(x; \hat{t}) = \sum_{i=1}^M S_t(x; \hat{t}_i)$$

新度量函数的期望值

$$E[S_{t(12 \dots M)}^{(S)}(x; \hat{t})] = \sum_{i=1}^M E[S_t(x; \hat{t}_i)]$$

$$= \sum_{i=1}^M \sum_{j \in W} \{f(x+j) - f[x + B_i \lambda (\hat{t}_i - t_i) + j]\}^2 + 2N_w \sigma_n^2$$

不确定性问题 依然存在 极小值

第7讲

章毓晋 (TH-EE-IE) ZHANG YU JIN

第10页

7.1.2 倒距离

再考虑前述在x和x+p处有相同模式的问题

$$E[S_t(x; t_i)] = E \left[S_t \left(x; t_i + \frac{p}{B_i \lambda} \right) \right] = 2N_w \sigma_n^2$$

这里随 B_i 的变化, 虽 t_p 也会变化, 而 t_i 却不变化

$$E[S_{t(12)}^{(S)}(x; \hat{t})] = \sum_{j \in W} \{f(x+j) - f[x + B_1 \lambda (\hat{t}_1 - t_1) + j]\}^2$$

$$+ \sum_{j \in W} \{f(x+j) - f[x + B_2 \lambda (\hat{t}_2 - t_2) + j]\}^2 + 4N_w \sigma_n^2$$

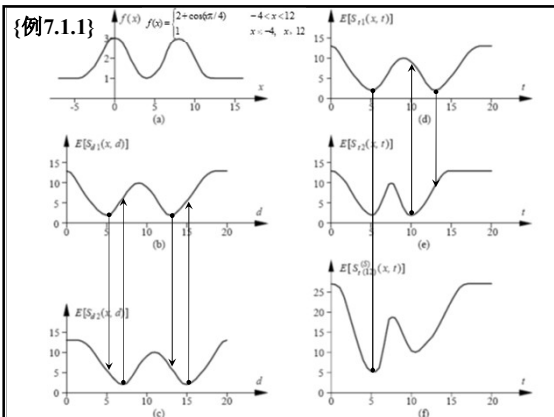
基线长短不同
极小值位置不同

$$E[S_{t(12)}^{(S)}(x; \hat{t})] > 4N_w \sigma_n^2 = E[S_{t(12)}^{(S)}(x; t)]$$

第7讲

章毓晋 (TH-EE-IE) ZHANG YU JIN

第11页



7.1.2 倒距离

讨论： $f(x)$ 是一个周期函数，其周期是 T 。这样每个 $S_i(x; t)$ 都是 t 的周期函数，其周期是 $T/B_i\lambda$ 。这表明每隔一个 $T/B_i\lambda$ 区段就有一个极小值。当使用两个基线，得到的仍然是 t 的周期函数，但此时的周期 T_{12} 会增加为：

$$T_{12} = \text{LCM}\left(\frac{T}{B_1\lambda}, \frac{T}{B_2\lambda}\right)$$

这里LCM代表最小公倍数。可见 T_{12} 不会比 T_1 或 T_2 小。进一步，通过选择合适的基线 B_1 和 B_2 ，有可能使得在匹配搜索区间仅有一个极小值

第7讲

章毓晋 (TH-EE-IE) ZHANG YU JIN

第13页

7.2 正交三目立体匹配

另一类多目（不在一条直线上）立体匹配

7.2.1 基本原理

7.2.2 基于梯度分类的正交匹配

第7讲

章毓晋 (TH-EE-IE) ZHANG YU JIN

第14页

7.2.1 基本原理

- 水平多目解决了灰度周期性模式带来的问题
- 另一个问题：灰度光滑区域造成的误匹配
- 水平多目解决不了光滑区域造成的误匹配

➤ 正交三目 {P. 164}

$$\begin{aligned} f_L(x, y) &= f(x, y) + n_L(x, y) \\ f_R(x, y) &= f(x - d_h, y) + n_R(x, y) \\ f_T(x, y) &= f(x, y - d_v) + n_T(x, y) \end{aligned}$$

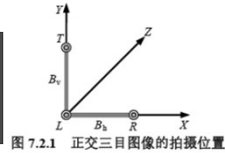


图 7.2.1 正交三目图像的拍摄位置

第7讲

章毓晋 (TH-EE-IE) ZHANG YU JIN

第15页

7.2.1 基本原理

- 设 $d_h = d_v = d$ ，则对应水平方向和垂直方向的SSD分别为：

$$\begin{aligned} S_h(x, y; \hat{d}) &= \sum_{j, k \in \mathbb{N}^+} [f_L(x + j, y + k) - f_R(x + \hat{d} + j, y + k)]^2 \\ S_v(x, y; \hat{d}) &= \sum_{j, k \in \mathbb{N}^+} [f_L(x + j, y + k) - f_T(x + j, y + \hat{d} + k)]^2 \end{aligned}$$

- 正交视差度量函数

$$O^{(S)}(x, y; \hat{d}) = S_h(x, y; \hat{d}) + S_v(x, y; \hat{d})$$

第7讲

章毓晋 (TH-EE-IE) ZHANG YU JIN

第16页

7.2.1 基本原理

$O^{(S)}(x, y; \hat{d})$ 的期望值：

$$\begin{aligned} E[O^{(S)}(x, y; \hat{d})] &= \sum_{j, k \in \mathbb{N}^+} [f(x + j, y + k) - f(x + \hat{d} - d + j, y + k)]^2 \\ &\quad + \sum_{j, k \in \mathbb{N}^+} [f(x + j, y + k) - f(x + j, y + \hat{d} - d + k)]^2 \\ &\quad + 4N_w \sigma_n^2 \end{aligned}$$

- 在正确视差值处， $E[O^{(S)}(x, y; \hat{d})]$ 取得极小值

$$E[O^{(S)}(x, y; \hat{d})] = 4N_w \sigma_n^2$$

第7讲

章毓晋 (TH-EE-IE) ZHANG YU JIN

第17页

7.2.1 基本原理

正交三目立体匹配方法不仅能减少由于光滑区域造成的误匹配，也能减少周期性模式造成的误匹配，且极小值次数减少

$$f(x + j, y + k) = f(x + j + T_x, y + k + T_y) \quad (7.2.7) \quad (7.2.8)$$

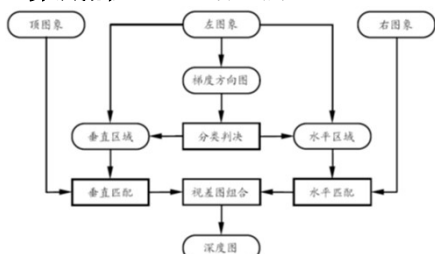
$$\begin{aligned} E[O^{(S)}(x, y; \hat{d})] &= E[S_h(x, y; \hat{d} + T_x) + S_v(x, y; \hat{d} + T_y)] \\ &= E[O^{(S)}(x, y; \hat{d} + T_{xy})] \end{aligned}$$

$$T_{xy} = \text{LCM}(T_x, T_y) \quad \{(7.2.10)\}$$

第7讲

章毓晋 (TH-EE-IE) ZHANG YU JIN

第18页



第7讲

章毓晋 (TH-EE-IE) ZHANG YU JIN

第19页

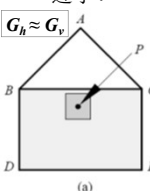
$$G_v(x, y) = \sum_{j=1}^{W/2} \sum_{i=x-W/2}^{x+W/2} |f_L(x, y-j) - f_L(x, y+j)|$$

- 第7讲

章毓晋 (TH-EE-IE) ZHANG YU JIN

第20页

不跨越边界，难以区分两种区域



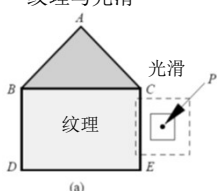
大模
板计
算量
大，
难以
确定
方向

第7讲

童毓晋 (TH-EE-JE) ZHANG YU JIN

第21页

不能
过小
以免
平滑
区的
随机
性



模板总在纹理区域内,大小均可

第7讲

章毓晋 (TH-FE-JE) ZHANG YU JIN

第22页

```

graph TD
    A[a(x, y)] --> B[利用水平顺序约束检测水平交叉区域]
    B --> C[通过零交叉校正算法校正水平误差配点]
    C --> D[a(x, y)]
    C --> E[利用垂直顺序约束检测垂直交叉区域]
    E --> F[通过零交叉校正算法校正垂直误差配点]
    F --> G[d(x, y)]
    F --> C
  
```

Figure 1 is a flowchart illustrating the iterative algorithm for horizontal and vertical intersection points. The process begins with a horizontal intersection point $a(x, y)$. It then enters a loop where it uses horizontal sequence constraints to detect horizontal intersection regions, followed by a zero-crossing correction algorithm to find horizontal intersection points. This process is repeated until convergence, resulting in the final horizontal intersection point $d(x, y)$. The flowchart is divided into two main sections: 'Left' (左图) and 'Right' (右图), with 'Top' (顶图) and 'Bottom' (底图) views indicated by arrows.

第7讲

童毓晋 (TH-FE-IE) ZHANG YUJIN

第23页

7.3.2 正交多目立体匹配

第7讲

童毓晋 (TH-FE-JE) ZHANG YU JIN

第24页

7.3.1 任意排列三目立体匹配

- 在三目立体成像系统中，每个象平面上有两条极线，它们的交点也是物点 W 与象平面的交点
- 给定物点 W 与任两个光心点确定一个极平面
- 极平面与对应光心象平面的交线即为极线。匹配总是在极线上进行的

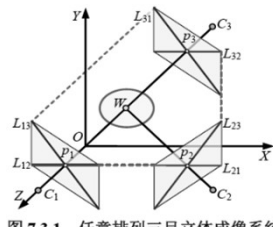


图 7.3.1 任意排列三目立体成像系统

第7讲

章毓晋 (TH-EE-IE) ZHANG YU JIN

第25页

7.3.1 任意排列三目立体匹配

- 三个象平面的光心 C_1 , C_2 和 C_3 确定一个**三焦平面**
- 如果3个摄像机都观察物点 W ，得到的3个象点的坐标分别为 p_1 , p_2 , p_3 参见(6.2.8)
- 本质矩阵方程：三个方程不独立
- 任意两个方程都是独立的
- 当本质矩阵已知时，用任意两个象点的坐标就可预测出第3个象点的坐标

$$\begin{aligned} p_1^T E_{12} p_2 &= 0 \\ p_2^T E_{23} p_3 &= 0 \\ p_3^T E_{31} p_1 &= 0 \end{aligned}$$

第7讲

章毓晋 (TH-EE-IE) ZHANG YU JIN

第26页

7.3.1 任意排列三目立体匹配

- 增加第3个摄像机可以消除许多仅用双目图象匹配所产生的不确定性

{P. 171}

先利用两幅图象建立对应关系再用第三幅图象来验证

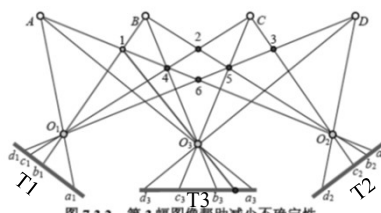


图 7.3.2 第3幅图像帮助减少不确定性

第7讲

章毓晋 (TH-EE-IE) ZHANG YU JIN

第27页

7.3.1 任意排列三目立体匹配

1. 基于极线的三目匹配

- $L_1^1 \leftrightarrow L_1^2$, $a \leftrightarrow b$ or c ?
- $b: L_2^2 \leftrightarrow L_2^3$; $c: L_3^2 \leftrightarrow L_3^3$
- $L_1^1 \leftrightarrow L_1^3$, $a \leftrightarrow d$, $b \leftrightarrow d$, $\therefore a \leftrightarrow b$

L_j^i 第 i 幅图象
第 j 条极线

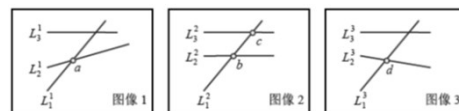


图 7.3.3 基于极线的三目匹配示意

第7讲

章毓晋 (TH-EE-IE) ZHANG YU JIN

第28页

7.3.1 任意排列三目立体匹配

2. 基于边缘线段的三目匹配

线段邻接图: 结点 \leftrightarrow 边缘线段, 弧 \leftrightarrow 线段邻接

- 对 G_1 中的 S_1 ，计算 S_1 的中点 p_1 所在 G_2 中的极线 L_{21} ， p_1 在 G_2 中的对应点 p_2 将在极线 L_{21} 上

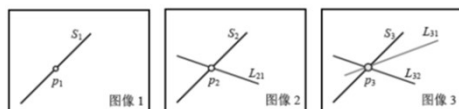


图 7.3.4 基于边缘线段的三目匹配

第7讲

章毓晋 (TH-EE-IE) ZHANG YU JIN

第29页

6.3.1 任意排列三目立体匹配

- 现在考虑 G_2 中与极线 L_{21} 相交的线段 S_2 设 L_{21} 与 S_2 的交点为 p_2 ，对每个线段 S_2 ，比较它与线段 S_1 的长度和方向，如果它们之间的差值小于给定的阈值（长度接近且朝向接近），则认为它们可能匹配： $S_1 \leftrightarrow S_2$

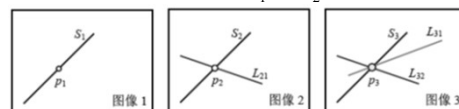


图 7.3.4 基于边缘线段的三目匹配

第7讲

章毓晋 (TH-EE-IE) ZHANG YU JIN

第30页

6.3.1 任意排列三目立体匹配

- (3) 对每个可能匹配的线段，进一步计算其在 G_3 中的极线 L_{32} ，设它与 p_1 在 G_3 中的极线 L_{31} 的交点为 p_3 。在 p_3 附近搜索与线段 S_1 和 S_2 的长度和方向的差值小于给定阈值的线段 S_3 ，如果可找到，则 S_1 、 S_2 和 S_3 组成一组匹配线段

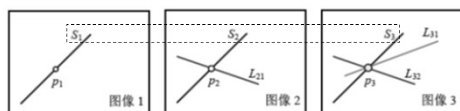


图 7.3.4 基于边缘线段的三目匹配

第7讲

章毓晋 (TH-EE-IE) ZHANG YU JIN

第31页

7.3.1 任意排列三目立体匹配

3. 基于曲线的三目匹配

T_j^i 第 i 幅图像
第 j 条曲线

- (1) 任选 T_1^1 上一点 p_1^1 ，考虑 G_2 中的极线 L_{21}
- (2) 极线 L_{21} 与曲线 T_1^2 和 T_2^2 交于点 p_1^2 和 p_2^2
- (3) 如果点 p_1^1 和 p_1^2 对应， T_1^3 上还可找到点 p_1^3

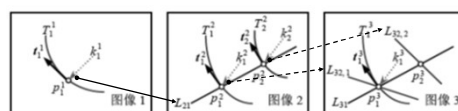


图 7.3.5 基于曲线的三目匹配

第7讲

章毓晋 (TH-EE-IE) ZHANG YU JIN

第32页

7.3.1 任意排列三目立体匹配

3. 基于曲线的三目匹配

找不到? \Rightarrow 点 p_1^1 和 p_1^2 不应是对应的

- ① 没有很接近 p_1^3 的点
- ② 有通过点 p_1^1 的曲线，但其切线单位矢量与预期不符
- ③ 有通过点 p_1^1 的曲线，且其切线单位矢量与预期相符，但其曲率与预期不符

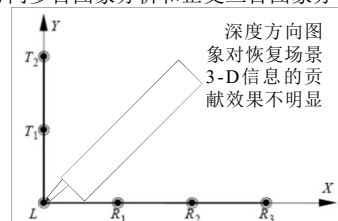
第7讲

章毓晋 (TH-EE-IE) ZHANG YU JIN

第33页

7.3.2 正交多目立体匹配

推广： 同时消除周期模式和光滑区域的影响。结合单方向多目图象分析和正交三目图象分析的方法



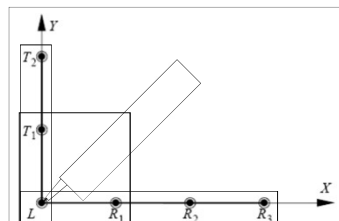
第7讲

章毓晋 (TH-EE-IE) ZHANG YU JIN

第34页

7.3.2 正交多目立体匹配

推广： 同时消除周期模式和光滑区域的影响。结合单方向多目图象分析和正交三目图象分析的方法



第7讲

章毓晋 (TH-EE-IE) ZHANG YU JIN

第35页

7.3.2 正交多目立体匹配

推广：四目立体匹配

给出四焦张量和任意3条通过3个象点的直线，就可以推出第4个象点的位置

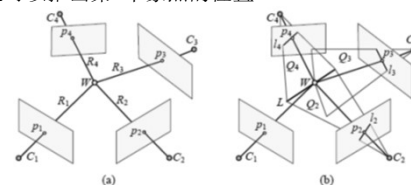


图 7.3.8 4 目立体匹配示意

第7讲

章毓晋 (TH-EE-IE) ZHANG YU JIN

第36页

TH-EE-IE

TH-EE-IE

7.4 亚像素级视差计算

- 视差函数
$$f_R(x, y) = f_L[x + d_t(x, y), y] + n_L(x, y)$$
- 匹配窗口内: $d_t(u, v)$ 是变量, 将 $f_L[u + d_t(u, v), v]$ 在 $d_t(0, 0)$ 处展开成一阶泰勒级数形式
$$f_L[u + d_t(u, v), v] \approx f_L[u + d_t(0, 0), v] + [d_t(u, v) - d_t(0, 0)] \frac{\partial}{\partial u} f_L[u + d_t(0, 0), v] + n_L(u, v)$$

$$f_R(u, v) - f_L[u + d_t(0, 0), v] \approx [d_t(u, v) - d_t(0, 0)] \frac{\partial}{\partial u} f_L[u + d_t(0, 0), v] + n_L(u, v)$$

第7讲
章毓晋 (TH-EE-IE) ZHANG YU JIN
第37页

TH-EE-IE

TH-EE-IE

7.4 亚像素级视差计算

- 窗口内视差的统计分布模型 (局部视差)
$$d_t(u, v) - d_t(0, 0) \sim N(0, k_d \sqrt{u^2 + v^2}) \quad \{P.175\}$$
- 图象强度的一阶偏微分统计模型 (局部强度)
$$\frac{\partial}{\partial u} f_L(u, v) \sim N(0, k_r)$$
- 立体图象对之间的强度差值统计分布
$$n_S(u, v) = f_R(u, v) - f_L[u + d_t(0, 0), v]$$

近似高斯白噪声 $n_S(u, v) \sim N(0, 2\sigma_n^2 + k_r k_d \sqrt{u^2 + v^2})$

第7讲
章毓晋 (TH-EE-IE) ZHANG YU JIN
第38页

TH-EE-IE

TH-EE-IE

7.4 亚像素级视差计算

- 分析: $n_S(u, v) \sim N(0, 2\sigma_n^2 + k_r k_d \sqrt{u^2 + v^2})$
 - ① 来自于图象噪声的常量
 - ② 来自于匹配窗口内的局部不确定性
- 假设 $d_0(x, y)$ 是正确视差 $d_t(x, y)$ 的初始估计, 将 $f_L[u + d_t(0, 0), v]$ 在 $u + d_0(x, y)$ 处泰勒级数展开
$$f_L[u + d_t(0, 0), v] = f_L[u + d_0(0, 0), v] + \Delta d \frac{\partial}{\partial u} f_L[u + d_0(0, 0), v]$$

$$\Delta d = d_t(0, 0) - d_0(0, 0)$$

$$n_S(u, v) = f_R(u, v) - f_L[u + d_0(0, 0), v] - \Delta d \frac{\partial}{\partial u} f_L[u + d_0(0, 0), v]$$

第7讲
章毓晋 (TH-EE-IE) ZHANG YU JIN
第39页

TH-EE-IE

TH-EE-IE

7.4 亚像素级视差计算

- 先用任意像素级立体匹配算法求得视差初值
- 对每个像素点, 选择具有最小不确定性的视差估计窗口并计算视差修正量 Δd
- 计算达到收敛或达到预定迭代次数时, 停止

➤ 将亚像素级算法推广到正交三目立体匹配

水平和垂直梯度

图7.2.8

视差初值 → 选择匹配方向 → 选择匹配窗口 → 计算视差修正值

第7讲
章毓晋 (TH-EE-IE) ZHANG YU JIN
第40页

TH-EE-IE

TH-EE-IE

7.4 亚像素级视差计算

视差计算与体积测量

表 7.4.1 不同方法对锥体体积的计算结果

	真实值	像素级	亚像素级 (双目)	亚像素级 (正交三目)
绝对体积 / m ³	2.304	3.874	2.834	2.467
相对误差	—	68%	23%	7%

亚像素级误差

双目 正交三目

第7讲
章毓晋 (TH-EE-IE) ZHANG YU JIN
第41页

TH-EE-IE

TH-EE-IE

联系信息

- 通信地址: 北京清华大学电子工程系
- 邮政编码: 100084
- 办公地址: 清华大学, 罗姆楼, 6层305室
- 办公电话: (010) 62798540
- 传真号码: (010) 62770317
- 电子邮件: zhang-yj@tsinghua.edu.cn
- 个人主页: oa.ee.tsinghua.edu.cn/~zhangyujin/

第7讲
章毓晋 (TH-EE-IE) ZHANG YU JIN
第42页