

# 考虑互耦的圆形天线阵列方向图综合

张志军 冯正和

(清华大学电子工程系微波与数字通信国家重点实验室,北京 100084)

**提要:**利用圆形阵列本征激励模式的方向图矢量叠加,计算所需的阵列方向图。本征激励模式的方向图可由计算或测量获得,该方法适用于任意形式单元构成的圆形阵列方向图综合。并考虑了阵列单元之间的互耦以及单元端口失配对阵列方向图的影响,可以很好地满足工程设计的需要。作为对该方法的验证,本文利用基于本征激励分析的自适应方向图综合算法综合了8元和16元两种低旁瓣圆形阵列,给出了计算结果并对结果进行了讨论。

**关键词:**本征激励,自适应理论,圆形阵列

中国图书分类法号:TN823

## Pattern Synthesis of Circular Array with Coupling

Zhang Zhijun Feng Zhenghe

(State Key Lab. on Microwave and Digital Communications, Dept. of Electronics  
Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, P. R. China)

**Abstract:** A new method named eigen-driven method with which the circular array can be analyzed is proposed in the paper. The desired array pattern is calculated by vectorial superposition of eigen-driven patterns. Eigen-driven pattern can be obtained by either numerical calculation or measurement, and this method is independent from the kinds of elements. Coupling between array elements and mismatch at the input port are also considered. For certifying the valid of this method, an 8-elements and a 16-elements low side-lobe circular array are analyzed. The calculated results are presented and discussed in detail.

**Key words:** Eigen-driven, Adaptive theory, Circular array

## 1 引言

在无线通信、无线电测向以及其它许多应用中,需要天线阵列具有在水平面内进行360°扫描的能力。虽然直线阵中有一小部分可以作这样的扫描,但它们的增益和方向图等特性随扫描角的不同而改变,这限制了它们的实际应用。与之相比,圆形阵列具有良好的全平面扫描能力。圆形天线阵列由均匀分布在圆周上或多个同心圆上的天线单元构成。由于其内在的圆周

• 电子部十四所天线微波重点实验室资助项目

本文 1997 年元月收到

旋转对称性,它只需轮换各单元的加权矢量,就可以使波束在平面内均匀地进行扫描。它还可以克服直线阵列的其它一些固有缺点,诸如:天线单元之间互耦效应不平衡,难以实现宽角扫描匹配、尺寸较大等。

多数有关圆形天线阵列的文献<sup>[1-5]</sup>都假设单元的方向图为各向同性,并且假设各单元之间无互耦存在。但在实际的圆形阵列中,相邻单元的间距通常为0.5~1个波长,而且各单元的最大辐射方向都指向周围的其它单元。显然,在这样的阵列中,单元之间存在着较强的互耦,因此这些文献所作的假设是很粗糙的,无法满足实际工程的需要。在已有的文献中,文献[6,7]对振子型圆形阵列的互耦影响进行了分析。文献[6]首先利用矩阵法求出天线阵列的互阻抗矩阵,而文献[7]则首先利用文献[8]的结果求得互阻抗矩阵,而后它们分别从互阻抗矩阵出发进行分析,得到了考虑振子之间互耦影响的方向图综合方法。由于文献[6,7]均是基于互阻抗矩阵进行分析的,因此互阻抗矩阵的计算误差以及计算时所作的假设都将影响它们最终的精度。如果利用文献[6,7]的方法分析由其它类型的单元(诸如某些微带天线、缝隙天线等)构成的圆形阵列,则必须首先解决这些新型单元互阻抗矩阵的计算问题。众所周知,目前能准确分析互阻抗矩阵的单元类型还十分有限,这就限制了该类方法在实际工程中的广泛应用。直接利用现有的各种三维数值电磁分析软件(如:HP-HFSS<sup>TM</sup>、MSC-EMAS<sup>TM</sup>等)可以计算出部分圆形阵列的考虑互耦及端口失配影响的阵列方向图,但它们所需的计算时间相当长,无法适用于采用迭代算法的阵列优化方案。

为了有效地提高计算精度,增加方向图综合方法的通用性,本文结合利用动态单元方向图(Active element pattern)考虑阵列互耦的办法<sup>[2]</sup>,提出了圆形阵列本征激励的分析方法。这种方法与文献[6,7]不同,它通过测量或数值计算得到考虑互耦及端口失配影响的本征激励模式的方向图,再从本征激励模式的方向图出发进行实际阵列的方向图综合,从而将所有单元之间的互耦影响考虑进去。由于该方法无需借助互阻抗的计算,因此它适用于由任意类型单元构成的圆形阵列的方向图综合,并可以得到较高的精度。

## 2 理论分析

图1是一个典型的圆形天线阵列,阵列中的天线单元均匀地分布在 $N(N-1,\dots)$ 个同心圆上,各同心圆周上的单元个数相同。对于同一个圆周上的天线单元来说,由于阵列中单元分布的圆周旋转对称性,它们所受的外部互耦影响相同,而对于不同圆周上的天线单元,它们所受的外部互耦影响也不同。若一个阵列由 $N$ 个同心圆周构成,它就有 $N$ 种不同的相对单元位置关系。

David<sup>[8]</sup>利用动态单元方向图分析了由有限个单元构成的包含互耦的直线阵列。基于同样的原理,将圆形阵列的某一单元接信号源,而将其余的所有单元接阻抗值与信号源相同的无源负载,我们称这样的一个激励模式为本征激励模式,对应的阵列方向图称为本征激励模式的方向图(简称本征激励方向图)。本征激励方向图与一般意义上的单元方向图是不同的,具体表现在以下两点:①一般单元方向图的相位参考点通常都取在信号馈入点或天线单元的几何中心,而本征激励方向图的相位参考点为阵列的圆心;②一般单元方向图都是单个天线单元的方向图,而本征激励方向图是在考虑互耦的前提下,进行本征激励的阵列方向图。由于各无源单元的负载阻抗与阵列实际工作时的信号源阻抗相同,因此本征激励方向图不仅考虑了单元互耦

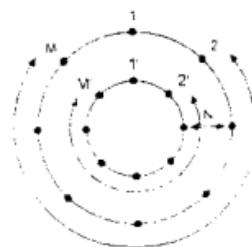


图 1 典型圆形天线阵列

Fig. 1 Typical circular antenna array

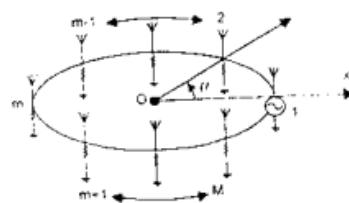


图 2 圆形阵列的本征激励模式

Fig. 2 Eigen-driven mode of circular array

的影响,而且考虑了天线单元端口与信号源之间的失配影响。如果一个圆形阵列有  $N$  个同心圆周,每个同心圆周上有  $M$  个单元,那么这个阵列就有  $N \cdot M$  个本征激励模式。对于同一个圆周上的不同单元的本征激励模式,由于它们相对位置具有的圆周对称性,它们的本征激励方向图也具有一定的对称性,并通过角度坐标平移来相互变换。对于不同圆周上的单元的本征激励模式,由于它们的相对位置不具有任何对称性,因此它们的本征激励方向图也无法相互变换。实际计算中,对应于一个有  $N$  个同心圆的阵列,只需在每个圆周上选择一个单元来计算本征激励方向图,这样只需计算  $N$  个本征激励方向图,而其余的  $(M-1) \cdot N$  个本征激励方向图可由它们变换而来。

下面分析所有天线单元位于同一个圆周上的阵列,这些分析同样适用于单元均匀分布在多个同心圆上的阵列。图 2 是一个  $M$  元圆形天线阵列的示意图,首先将阵列中所有单元从 1 到  $M$  进行编号,给单元 1 接归一化信号源,给单元 2~ $M$  接负载,此时对应的本征激励模式为:

$$W_1 = \left( \underbrace{1, 0, \dots, 0}_{M-1} \right)^T \quad (1)$$

然后以阵列圆心为圆点建立如图 2 所示坐标系,通过测量或数值计算可以得到相对于圆心的方向图  $\vec{f}_1(\theta)$  (包括幅度、相位),即单元 1 的本征激励方向图,(注意:计算本征激励方向图必须以圆心为参照点)。若阵列中任意第  $m$  个单元接信号源,而其余单元接负载,则对应的本征激励模式为:

$$W_m = \left( \underbrace{0, \dots, 0, 1, 0, \dots, 0}_{m-1, M-m} \right)^T \quad (2)$$

对应的本征激励方向图可以由  $\vec{f}_1(\theta)$  旋转一角度得到,如(3)式所示:

$$\vec{f}_m(\theta) = \vec{f}_1\left(\theta - \frac{m-1}{M} \cdot 2\pi\right) \quad (3)$$

若一个天线阵列在实际工作时各单元的加权矢量(包括幅度、相位)分别为  $\vec{w}_1, \vec{w}_2, \dots, \vec{w}_M$ ;那么此时阵列的实际方向图为  $M$  个本征激励方向图的叠加:

$$\vec{g}(\theta) = \sum_{m=1}^M \vec{w}_m \vec{f}_m(\theta) = W \cdot F(\theta) \quad (4)$$

其中:

$$W = \vec{w}_1 W_1 + \vec{w}_2 W_2 + \cdots + \vec{w}_M W_M = (\vec{w}_1, \vec{w}_2, \dots, \vec{w}_M) \quad (5)$$

$$F(\theta) = (\vec{f}_1(\theta), \vec{f}_2(\theta), \dots, \vec{f}_M(\theta))^T \quad (6)$$

在得到阵列实际方向图以后,可以采用自适应方向图综合算法<sup>[10]</sup>进行阵列方向图的优化。由自适应理论可知,为了获得最大的信号干扰噪声比,自适应算法将调节  $W$  来降低各干扰信号方向的增益。当干扰信号数目小于天线的单元数目时,自适应算法通过在干扰方向产生增益零点来抑制干扰,当干扰信号数目远大于天线单元数目时,自适应算法将会通过全面降低副瓣电平来增加信号干扰噪声比,但此时方向图主瓣会有一定程度的展宽。自适应方向图综合算法引入远大于单元数目的虚拟干扰,并通过迭代来修正各方向上的虚拟电平,直至自适应算法产生的方向图与所需方向图相同。文献[10]中的计算表明,自适应算法在综合传统的等旁瓣方向图时可以得到与切比雪夫算法基本相同的阵列加权值,即在旁瓣电平满足要求的情况下,使主瓣最窄。

将本征激励分析方法与自适应方向图综合算法相结合,就得到基于本征激励的自适应方向图综合算法,基于本征激励分析的自适应方向图综合算法是通过迭代来进行方向图综合的,假设所需的归一化方向图为  $d(\theta)$ ,在进行优化时,程序将给出的初始加权值  $W$ 。代入(4)式,计算出此时的实际阵列方向图  $\vec{g}_0(\theta)$ ,然后利用迭代算式(7)<sup>[10]</sup>刷新副瓣方向的虚拟干扰电平:

$$\xi_{K+1}(\theta) = \max \left\{ 0, \xi_K(\theta) \alpha \left[ \frac{|\vec{g}_K(\theta)|}{\max(|\vec{g}_K(\theta)|)_{\theta \in [0, 2\pi]}} - d(\theta) \right] \right\} \quad (7)$$

$K = 0, 1, \dots$ ; 副瓣方向

式中  $\alpha$  是迭代增益因子,  $\xi$  为虚拟干扰信号电平,下标  $K$  表示第  $K$  次迭代,(7)式将计算出的阵列方向图旁瓣电平与所需的归一化方向图  $d(\theta)$  进行比较,若某方向上的旁瓣电平大于所需方向图的电平,就增加该方向上的虚拟干扰信号电平,反之则减少,但虚拟干扰电平值一定大于等于 0,在依次刷新完各方向的虚拟干扰电平以后,利用自适应阵列原理可以计算出一组新的信号干扰噪声比最大的最佳加权值。

本文以信号对虚拟干扰噪声比最大为优化准则,利用本征激励方向图表示阵列方向图,结合自适应阵列理论,推导出的最佳加权值如(8)式所示:

$$W_{K+1} = \mu \cdot \Phi_\mu^{-1} \cdot U_d^*(\theta_s) \quad K = 0, 1, \dots; \quad (8)$$

其中:

$$\Phi_\mu = \sigma^2 \cdot I + \sum_{i=1}^L \xi_{K+1}(\theta_i) \cdot U_i^*(\theta_i) \cdot U_i(\theta_i)^T \quad (9)$$

$$U_d(\theta_s) = (\vec{f}_1(\theta_s), \vec{f}_2(\theta_s), \dots, \vec{f}_M(\theta_s))^T \quad (10)$$

$$U_i(\theta_i) = (\vec{f}_1(\theta_i), \vec{f}_2(\theta_i), \dots, \vec{f}_M(\theta_i))^T \quad (11)$$

(8)式中  $I$  是单位矩阵;  $(\cdot)^{-1}$  表示矩阵求逆;  $(\cdot)^*$  表示共轭;  $(\cdot)^T$  表示转置;  $\mu$  是一个任意的非零常量;  $\sigma$  是统计意义上的噪声信号电平期望值;  $U_d(\theta_s)$  是主瓣方向上所需信号相对于天线阵列圆心的方向矢量,  $U_i(\theta_i)_{i=1, \dots, L}$  分别是在副瓣方向上离散选取的  $L$  个虚拟干扰信号相对于天线阵列圆心的方向矢量,下标  $d, i$  分别代表所需信号及虚拟干扰信号;  $\xi_{K+1}(\theta_i)_{i=1, \dots, L}$  分别是第  $K+1$  次迭代中  $L$  个虚拟干扰信号的干扰电平;  $\vec{f}_m(\theta)$  是由式(4)定义的本征激励方向图。与已有文献<sup>[10]</sup>不同之处在于:(8)式中的方向矢量  $U_d(\theta_s), U_i(\theta_i)$  是由本征激励方向图表示的。

将(8)式计算出的最佳加权值代入(4)式可计算出新的阵列方向图,程序在阵列方向图满足要求或相邻两次迭代所得到的方向图无变化时结束,否则程序继续进行[刷新虚拟干扰→计算最佳加权值→计算阵列方向图→判断是否满足结束条件]的迭代过程,直至满足结束条件为止。已有的计算表明,基于本征激励分析的自适应方向图综合算法可以产生与目标函数最接近的方向图,并可以获得各单元所需的加权值。

需要指出的是,由于采用了本征激励分析方法,在迭代过程中只需进行(4)式的简单矩阵运算就可以得到阵列方向图,这与利用数值方法直接计算全激励圆形阵列方向图的方案相比,在具有相同精度时,显著地降低了程序计算量。

### 3 结果讨论

为了解圆形阵列中各单元之间存在的互耦对本征激励方向图的影响,本文利用矩量法<sup>[11]</sup>计算了图3a所示的8元圆形阵列的本征激励方向图。当然,对于其它一些目前无法进行准确数值计算的单元类型,诸如某些微带天线、缝隙天线等,它们的本征激励方向图可以通过实际测量获得。图3a是由8个半波偶极子天线构成的圆形阵列,阵列半径为 $2000/\pi$ mm,相邻振子间距为500mm。计算时用两根长245mm、宽5mm的无限薄金属条带模拟半波偶极子天线的两臂(中间有10mm的间隙)为馈电点。偶极子天线的总长度为: $245 \times 2 + 10 = 500$ mm。每个半波偶极子天线划分为32个网格,整个阵列划分为 $32 \times 8 = 256$ 个网格。为了计算本征激励方向图,分别在1端口用阻抗为 $75\Omega$ 的信号源激励,其余端口接 $75\Omega$ 的无源负载。图3b是计算得到的8元圆形阵列在300MHz频率点的归一化本征激励方向图(功率),由图可知,由于互耦和阵列单元端口失配的影响,归一化本征激励方向图产生显著的波纹,如果各单元之间不存在互耦,阵列的归一化本征激励方向图应该是一个单位圆。

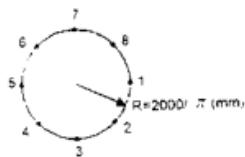


图3a 8元阵列结构示意图

Fig. 3a Layout of 8 elements array

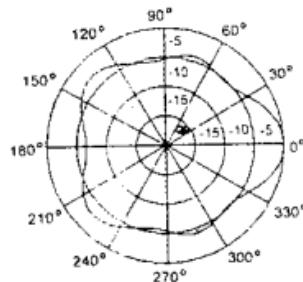


图3b 8元阵列本征激励方向图(功率)

Fig. 3b Eigen-driven power pattern of 8 elements array

图3 8元半波偶极子圆形阵列

Fig. 3 8 dipole circular array

为了与图3a所示的8元阵列进行比较,本文还计算了图4a所示的16元圆形阵列的本征激励方向图,图4a是由16个半波偶极子天线构成的圆形阵列,阵列半径为 $4000/\pi$ 。16元阵列的半波偶极子天线单元与8元阵列的单元尺寸相同,计算时共划分了 $32 \times 16 = 512$ 个网格。也

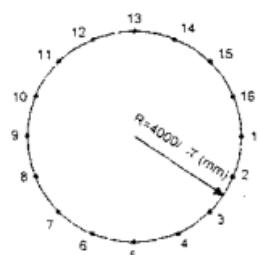


图 4a 16 元阵列结构示意图

Fig. 4a Layout of 16 elements array

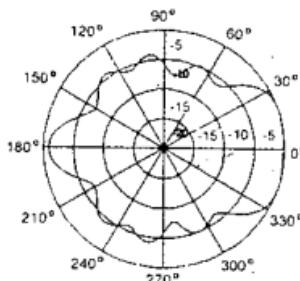


图 4b 16 元阵列本征激励方向图(功率)

Fig. 4b Eigen-driven power pattern of 16 elements array

图 4 16 元半波偶极子圆形阵列

Fig. 4 16 dipoles circular array

是在 1 端口用阻抗为  $75\Omega$  的信号源激励,其余端口接  $75\Omega$  的无源负载。图 4b 是计算得到的 16 元圆形阵列在 300MHz 频率点的归一化本征激励方向图(功率)。同 8 元阵列一样,由于互耦和端口失配的影响,它的归一化本征激励方向图也产生了显著的波纹。

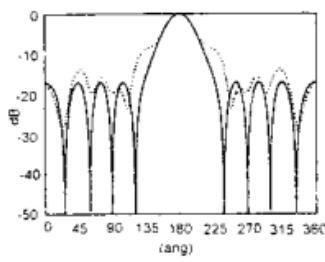
为了观察单元互耦对阵列方向图综合的影响,本文利用自适应方向图综合算法,在不考虑单元互耦影响并假设单元为各向同性的前提下,优化了旁瓣功率电平为  $-17\text{dB}$  的 8 元圆形阵列和旁瓣功率电平为  $-30\text{dB}$  的 16 元圆形阵列。计算出的阵列方向图分别见图 5a、图 5b 中的实线曲线,阵列各单元的加权值在表 1 中给出。再用优化得到的加权值计算了考虑互耦效应的 8 元、16 元阵列归一化方向图(功率),计算结果分别用虚线在图 5a、图 5b 中标出。由图 5a 可见,由于互耦的影响,8 元阵列的主瓣有明显的畸变、副瓣也有一定程度的升高。分析 8 元阵列结构(图 3a)可知,8 元阵列中振子最大间距只有  $4000/\pi \text{ mm}$ ,此时所有单元间均有较强的互耦,这使本征激励方向图的主瓣比较尖锐(图 3b),从而使基于单元各向同性假设优化出的阵列方向图的主瓣产生明显畸变。而观察图 5b 可以发现,虽然 16 元阵列方向图副瓣电平因互耦影响有显著升高,但主瓣变化不大。分析 16 元阵列结构(图 4a)可知,与 8 元阵列相比,由于

表 1 不考虑互耦及考虑互耦的 8 元、16 元阵列单元加权值

Tab. 1 Weights of 8 and 16 elements array with and without considering of coupling

| w<br>array                     | No    | 1       | 2       | 3      | 4      | 5      | 6      | 7      | 8      | 9      | 10     | 11     | 12     | 13     | 14     | 15     | 16     |
|--------------------------------|-------|---------|---------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 8 elem.<br>without<br>coupling | Amp.  | 1.0000  | 0.6012  | 0.1211 | 0.6012 | 1.0000 | 0.6012 | 0.1211 | 0.6012 |        |        |        |        |        |        |        |        |
|                                | Phase | 0.0000  | -2.5071 | 100.81 | -155.9 | -158.4 | -155.9 | 100.81 | -2.507 |        |        |        |        |        |        |        |        |
| 8 elem.<br>with<br>coupling    | Amp.  | 0.9620  | 0.6620  | 0.1807 | 0.4497 | 1.0000 | 0.4497 | 0.1807 | 0.6620 |        |        |        |        |        |        |        |        |
|                                | Phase | 145.19  | 140.03  | -89.13 | -9.14  | 0.0000 | -9.14  | -89.13 | 140.03 |        |        |        |        |        |        |        |        |
| 16 elem.<br>with<br>coupling   | Amp.  | 0.9691  | 1.0000  | 0.9152 | 0.3845 | 0.9921 | 0.3845 | 0.9152 | 1.0000 | 0.9691 | 1.0000 | 0.9152 | 0.3845 | 0.9921 | 0.3845 | 0.9152 | 1.0000 |
|                                | Phase | 41.8020 | 0.0000  | -32.02 | 128.40 | 154.93 | -178.5 | -18.12 | -50.14 | -91.94 | -50.14 | -18.12 | -178.5 | 154.93 | 128.40 | -32.02 | 0.0000 |
| 16 elem.<br>with<br>coupling   | Amp.  | 0.5953  | 0.6692  | 0.8617 | 0.2830 | 0.7712 | 0.3191 | 0.7938 | 0.9320 | 0.1000 | 0.9320 | 0.7938 | 0.3191 | 0.7712 | 0.2830 | 0.8617 | 0.6692 |
|                                | Phase | 158.76  | 99.43   | 66.63  | -131.9 | -111.1 | -71.42 | 89.23  | 51.39  | 0.0000 | 51.39  | 89.23  | -71.42 | -111.1 | -131.9 | 66.63  | 99.43  |

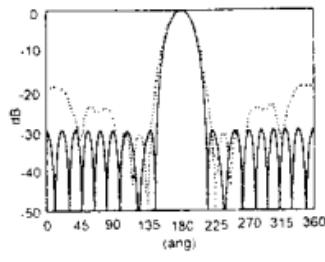
16元阵列半径较大,大部分互耦影响都由两侧相邻单元产生,所以16元阵本征激励方向图在主瓣方向( $+30^\circ$ )范围内基本无波动(图4b),因此基于单元各向同性假设优化出的阵列方向图主瓣畸变也不大。图6a给出了利用本文的本征激励方向图综合方法,在考虑互耦影响的前提下,优化出的8元阵列的归一化方向图(功率)。图6b是16元阵列的优化结果。这两张方向图与不考虑互耦影响所得方向图轮廓基本相同,但这两种情况下的各单元加权值差别很大。表1给出了8元、16元阵列在不考虑互耦以及考虑互耦时的各单元加权值。



—pattern without considering coupling  
—pattern with coupling effect  
---pattern with coupling effect

图5a 8元阵

Fig. 5a 8 elements array



—pattern without considering coupling  
—pattern with coupling effect  
---pattern with coupling effect

图5b 16元阵

Fig. 5b 16 elements array

图5 8元、16元阵列不考虑互耦的优化结果

Fig. 5 Optimized results of arrays without considering 8 and 16 elements

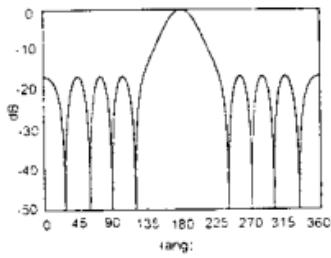


图6a 8元阵

Fig. 6a 8 elements array

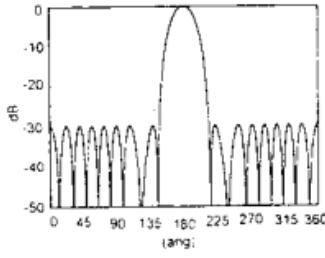


图6b 16元阵

Fig. 6b 16 elements array

图6 8元、16元阵列考虑互耦的优化结果

Fig. 6 Optimized results of arrays with considering 8 and 16 elements

为了检验由本征激励方向图叠加产生实际方向图的正确性,作者分别利用矩量法直接计算了8元、16元所在端口同时加信号源,进行全激励的阵列方向图,直接计算结果与采用本征激励方向图叠加方法计算得到的方向图完全一致,说明了本方法的有效性。

## 4 结论

本文提出了本征激励的分析方法,这种方法与已有方法不同,它无需借助于互阻抗矩阵的计算,可以通过直接测量或数值计算得到本征激励方向图,再由本征激励方向图求得圆形天线阵列方向图。由于本征激励方向图可直接由测量获得,因此本方法同样适用于那些采用新型单元并且无法计算互阻抗矩阵的阵列综合。因为本征激励方向图包含了阵列中所有单元之间的互耦以及单元端口失配的影响,这种方法可以很好地满足工程设计的需要。

## 参 考 文 献

- 1 Surendra Prasad and Ram C • On the Constrained Synthesis of Array Patterns with Applications to Circular and Arc Array • IEEE Trans. Antennas Propagation, 1984, 32 (7): 725—730.
  - 2 Roberto Vescovo • Constrained and Unconstrained Synthesis of Array Factor for Circular Arrays • IEEE Trans. Antennas Propagation, 1995, 43(12): 1405—1410.
  - 3 Naohisa Goto and Yukitoshi • Sidelobe Reduction of Circular Arrays with a Constant Excitation Amplitude • IEEE Trans. Antennas Propagation, 1977, 25(11): 896—897.
  - 4 H. D. Griffiths and R. Eiges • Sectoral Phase Modes From Circular Antenna Arrays • Electron Lett. 1992, 1581—1582.
  - 5 T. B. Vu. Side-lobe Control in Circular Ring Array • IEEE Trans. Antennas Propagation, 1993, 41(8): 1143—1145.
  - 6 Fumio W., Naohisa G., Akira N. and Goro A • A Pattern Synthesis of Circular Arrays by Phase Adjustment • IEEE Trans. Antennas Propagation, 1980, 28(11): 857—863.
  - 7 James J. E. and Vernon C. S • External and Internal Mutual Impedance Effects on the Radiation Patterns of Circularly Disposed Arrays Using Antennabiners or Passive Monopoles • IEEE Trans. Antennas Propagation, 1983, 31(1), 77—85.
  - 8 G. H. Brown and R. King • High frequency models in antenna investigations • Proc. IRE, 1934, 22(4), 457—480.
  - 9 David F. Kelley and Warren L. Stutzman • Array Antenna Pattern Modeling Methods That Include Mutual Coupling Effects • IEEE Trans. Antennas Propagation, 1993, 41(12), 1625—1632.
  - 10 Carl A. O. and R. T. Compton • A Numerical Pattern Synthesis Algorithm for Arrays • IEEE Trans. Antennas Propagation, 1990, 38(10), 1666—1676.
  - 11 Harrington, R. F • Field Computation by Moment Methods • New York, Macmillan, 1968.
- 张志军 1971 年生,1992 年获电子科技大学学士学位,1995 年获电子科技大学硕士学位,现为清华大学电磁场与微波技术专业博士研究生。  
冯正和 1945 年生,清华大学电子工程系教授,博士导师。1970 年毕业于清华大学,一直在该校任教,主要从事电磁场数值方法、微波毫米波技术及无线通信技术,阵列天线及智能天线的教学和科学的研究工作。